0. Matemática Recreativa

Preliminares

La Matemática Recreativa es un área de las Matemáticas que se concentra en la obtención de resultados acerca de actividades lúdicas, y también la que se dedica a difundir o divulgar de manera entretenida y divertida los conocimientos o ideas o problemas matemáticos. El concepto de matemática recreativa es tan viejo como lo son los juegos en los que interviene la lógica o el cálculo de algún modo. Una de las personas que más ha contribuido a la divulgación de las matemáticas recreativas en nuestro tiempo fue Martin Gardner, con libros como *El ahorcamiento inesperado y otros entretenimientos matemáticos*, *Nuevos pasatiempos matemáticos*, como también Perelmán, y otros muchos.

Algunos juegos tópicos como el Sudoku, el cuadrado mágico, el cubo de Rubik, el juego de Cram, el Tangram, el Origami, el juego del oso, el Timbiriche o juego de los cuadraditos, las poliformas, el Pentominó, el Cubo soma, las Torres de Hanói o los Acertijos están relacionados muy estrechamente con las matemáticas recreativas.

A la divulgación de este tipo de juegos han contribuido escritores y creadores de problemas clásicos como:

Édouard Lucas, matemático francés inventor en 1883 de las Torres de Hanói que publicó entre 1882 y 1894 su serie *Récréations Mathématiques*.

W. W. Rouse Ball, autor del *Mathematical Récréations and Essays* (en español sería *Juegos matemáticos recreativos y ensayos*) publicado por primera vez en 1892 y cuya última edición es de H. S. M. Coxeter.

Sam Loyd, norteamericano creador de numerosos rompecabezas que publicó entre 1891 y 1911, reunidos entre otros libros en *Los acertijos de Sam Loyd* y *Nuevos* acertijos de Sam Loyd.

Henry E. Dudeney, inglés autor de numerosos rompecabezas y colaborador durante un tiempo de Sam Loyd.

Yákov Perelmán, escritor ruso de libros de divulgación.

O columnistas y colaboradores de la revista *Scientific American* como:

Martín Gardner, autor entre 1956 y 1981 de la columna *Mathematical Games* (publicada en español como *Juegos matemáticos*) y de numerosos libros donde se recopilan los artículos de la columna.

Solomon W. Golomb, colaborador de la columna *Mathematical Games*. En 1953 inventó el término Pentominó y en 1957 apareció un artículo sobre los mismos.

Douglas Hofstadter, escritor entre 1981 y 1983 de la columna *Metamagical Themas* (*Temas matemágicos*), anagrama de *Mathematical Games*.

Alexander Keewatin Dewdney, autor entre 1984 y 1990 de la columna *Computer Récréations* (*Juegos de ordenador*).

Ian Stewart, autor de la columna *Mathematical Récréations* desde 1990 hasta 2001 y de numerosos libros.

En cuanto a autores españoles y de habla hispana, podemos destacar a:

Miguel de Guzmán, matemático español autor entre otros de *Aventuras matemáticas*.

Adrián Paenza, matemático argentino autor de *Matemática... ¿Estás ahí?*.

Mariano Mataix, de España: *El discreto encanto de las matemáticas*, *Ludopatía matemática.*

Salvador Anaya Debernard, de libro impreso en México: *Carrusel Matemático*

Rafael Rodríguez Vidal, español: *Diversiones matemáticas* y *Cuentos y cuentas de matemáticos*, al alimón con M.C. Rodríguez Rigual.

Mariano Perero, mexicano, *Historia e historias de matemáticas*.

Manuel Bernabé Flores, de España, *Curiosidades matemáticas*

Victorino Ladera Pardo, peruano, *Juegos matemáticos.*

Rubén Romero Méndez, peruano, *Matemática recreativa* en texto y que se publicó en el diario *La Prensa.*

Luis Ferrero, publicado en Venezuela en 2001: El juego y la Matemática.

E. Kasner y J. Newman: *Matemáticas e imaginación*

Elon Lages Lima: *Mi profesor de matemáticas y otras historias*, editor César Camacho y publicado en Lima por IMCA.

Hugo Steinhaus: *Instantáneas matemáticas*, matemático polaco, lo publicó Salvat en 1987.

Carlos Zuluaga: *Colombia Aprendiendo*, Matemático Colombiano, fundación calendario matemático 2011.

Nota: Esta introducción es un resumen de la que pueden encontrar en la Wikipedia. Ver http://es.wikipedia.org/wiki/Matem%C3%A1tica_recreativa

Una de divisores

¿Cuál es el número que puede dividir exactamente a todos los dígitos del 1 al 9?

Solución

Si es divisible por 9, también lo será por 3 y por 6 (si es par).

Si es divisible por 8, también lo será por 2 y por 4.

El 7 y el 5 son números primos y no tienen múltiplos entre los números 1 a 9, luego:
el número más pequeño que puede dividir a todos los dígitos del 1 al 9 es

$$9\cdot 8\cdot 7\cdot 5 = 2520 = 2^3\cdot 3^2\cdot 5\cdot 7$$

El número 2520 tiene como divisores a

2,3,4,5,6,7,8,9,10,12,14,15,18,20,21,24,28,30,35,36,40,42,45,56,60,63,70,72, 84,90,105,120,126,140,168,180,210,252,280,315,360,420,504,630,840,1260.

¿Será lo mismo?

Si a un número le restamos 6 y el resultado lo multiplicamos por 6, termina siendo lo mismo que si le restamos 9 y el resultado se multiplica por 9. ¿Cuál es el número?

Solución

Sea n el número buscado. Si le restamos 6 y el resultado lo multiplicamos por 6, tenemos $6(n-6)=6n-36.$

Si por otra parte es lo mismo que a n se le reste 9 y el resultado se multiplique por 9, esto es $9(n-9)=9n-81,$ entonces

$$6n-36=9n-81 \to 6n-9n=-81+36 \to -3n=-45$$

de donde $n=45/3=15$ es el número buscado. Luego

$$6(15-6)=9(15-9)=54$$

Esto es muy fácil

En una habitación hay cinco personas y una cesta con cinco manzanas. ¿Cómo se pueden repartir todas las manzanas por igual, y sin partirlas, de manera que después del reparto quede una sola manzana en la cesta?

Solución

Se entrega una manzana a cada una de las primeras cuatro personas, y a la quinta se le entrega la cesta con una manzana dentro.

Un buen conductor

Del punto A al punto B es el recorrido que debe hacer un autobús para trasladar su carga de pasajeros, entre los que se encuentran hombres, mujeres y niños. Las mujeres representan el triple que los niños y dos tercios la de los hombres. El autobús tiene una parada intermedia donde se apea el cincuenta por ciento del pasaje. Suponiendo que sea usted el conductor, ¿cuántas personas llegarán al punto B?

Solución

Suponiendo que los niños sean 3, las mujeres serán $9=(3\cdot 3)$, triple que los niños, y los hombres $6=(9(2/3))$, dos tercios de las mujeres, en total $18=3+9+6$.

En la parada intermedia bajan el cincuenta por ciento, o sea 9, luego son 9 personas las que, hipotéticamente, llegarán al punto B.

Pero...., si es usted quien conduce el autobús, no llegará ninguno, pues habrían bajado todos en cuanto le vieron al volante.

El electricista lleva más que la doctora

Elena acostumbra a llevar dos, Pedro sólo una. Por lo general los hombres siempre llevan una y las mujeres dos, aunque ahora no llevamos más de dieciocho. ¿Quién lleva más: una doctora o un electricista?

Solución

A diferencia de la doctora que no lleva ninguna, el electricista lleva dos. Naturalmente nos estamos refiriendo a la vocal "e".

Los vestidos de Sonia

Sonia tiene un número de vestidos igual a los que posee Alicia divididos por los que tiene Ana. Alicia posee 42, pero tendría ocho veces los que tiene Ana si tuviera 14 más. ¿Cuántos vestidos tiene Sonia?

Solución

Si Alicia, que tiene 42 vestidos, tuviera 14 más, tendría 8 veces más de los que tiene Ana, o sea

$$ALICIA = 42 + 14 = 56 = 8\ VECES\ \ ANA$$

luego Ana tiene $56/8 = 7$ vestidos.

Como Sonia tiene tantos vestidos como tiene Alicia, divididos por los que tiene Ana, resulta que Sonia tiene $42/7 = 6$ vestidos.

Que no te den gato por liebre

Una tienda ofrece por 100 euros un bolso de señora y un pañuelo para el cuello. El pañuelo es un regalo. La diferencia entre el valor del bolso y la del pañuelo es de 80 euros. ¿Cuántos vale cada prenda?

Solución

Típico problema de sumas y diferencias en las ofertas al consumo.

El bolso vale 90 euros: $90 = (100 + 80)/2$

El pañuelo vale 10 euros: $10 = (100 - 80)/2$

El regalo es de 10 euros, no de 20.

Visita a la granja

En una granja hay conejos y gallinas. En un laborioso recuento hemos contabilizado 20 cabezas y 46 patas. ¿Cuántos animales hay de cada clase?

Solución

Si todos fueran conejos serían $80 = 20 \cdot 4$ patas.

La diferencia de $34 = 80 - 46$ patas corresponde a $17 = 34/2$ gallinas, luego hay 17 gallinas con 34 patas y 3 conejos con 12 patas.

Cuidado con el consumo de agua

Con una ducha se tardan 20 segundos en llenar un cubo de 5 litros. Calcular el agua que gastaríamos en 10 minutos a grifo abierto.

Solución

Si para llenar un cubo de 5 libros litros se tardan 20 segundos, esto es, cada 4 segundos sale un litro de agua.

Para cubrir $600 = (10 \cdot 60)$ segundos serían necesarios $150 = 600/4$ litros.

Una ducha de 10 minutos, con grifo abierto, nos cuesta 150 litros de agua.

Falta una pata

Con el fin de ocupar la conejera, Margarita compra 10 cabezas entre patos, gallinas y conejos. Sebastián que quiere comprobar la clase de animales que habitarán en su entorno, hace un recuento y descubre que son 25 patas. ¿Cuántos animales hay de cada clase?

Solución

Si todos los animales fueran conejos, serían $40 = 10 \cdot 4$ patas. Como Sebastián ha contado 25, hay una diferencia de 15 que corresponden a $7 = 15/2$ gallinas, luego hay 3 conejos con 12 patas y 7 gallinas/patos con 14 patas: un total de 10 animales y

26 patas. Pero, Sebastián ha contado 25 patas. Se ha producido una tragedia: FALTA UNA PATA.
Nota: Dedicado a mi cuñada Margarita y en memoria de mi cuñado Sebastián.

Una hucha con muy poco dinero

Una hucha contiene monedas de 2, 1 y 0,50 euros. Nos proponemos hacer tres montones que tengan los tres tipos de monedas y el mismo valor en euros. Para ello, extraemos de la hucha la mitad de las monedas de 2 euros; dos tercios de las monedas de un euro, y tres séptimos de las monedas de 0,50 euros. Calcular la composición de los montones y el contenido de la hucha.
Solución

Supongamos que uno de los montones está formado por una moneda de 2 euros, dos monedas de 1 euro y, cuatro monedas de 0,50 euros, un total de 6 euros.

Para cubrir estas cantidades, se necesitan:

3 monedas de 2 euros: $1/2$ de 6.

6 monedas de 1 euro: $2/3$ de 9

12 monedas de 0,50 euros: $3/7$ de 28

21 monedas en cada montón y 43 euros en la hucha.

Un padre previsor

Un hombre antes de morir hace testamento para que sus casi cien mil euros en efectivo sean repartidos entre su esposa y el hijo que espera. A tal efecto determina:

1º Si nace un niño, el saldo será repartido de tal forma que éste reciba dos tercios y la madre un tercio.

2º Si nace una niña, la madre se queda con dos tercios y la niña con un tercio.

Determinar la cuantía total de la herencia y lo que correspondió a cada uno, sabiendo que nacieron mellizos, niño y niña.
Solución

La relación entre hijo/madre y madre/hija es de 2:1, por tanto, el hijo recibe dos veces lo que recibe la madre, que a su vez obtiene dos veces lo que recibe la hija. Así pues, las partes son $4/7$ para el hijo, $2/7$ para la madre y, $1/7$ para la hija.

Como la herencia es de casi cien mil euros, el múltiplo de 7 más próximo sería de $98 = 7 \cdot 14$ miles de euros, que se repartirían:

Hijo $14 \cdot 4 = 56$ miles de euros

Esposa: $14 \cdot 2 = 28$ miles de euros

Hija: $14 \cdot 1 = 14$ miles de euros

Nota: Es una escenificación libre del problema de *Los Gemelos Póstumos*, surgido en las leyes romanas allá por el año 50 a.C. Ver Enigmas y Juegos de Ingenio, página 60.

El encuentro

Dos amigos están en dos pueblos distintos separados 100 Kms. y desean encontrarse en un punto intermedio yendo en bicicleta. Uno calcula que puede alcanzar una velocidad de 16 Km/hora y el otro rebaja la velocidad a 9 Km/hora. Salen al mismo tiempo y desean saber cuál será el punto kilométrico y la hora del encuentro.

Solución

La velocidad de aproximación es de $25 = 16 + 9$ Km/hora.

La hora del encuentro será al cabo de $4 = 100/25$ horas,

luego

El punto de encuentro estará situado a $64 = 16 \cdot 4$ Kms. del que salió a una velocidad de 16 Km/hora y a $36 = 9 \cdot 4$ Kms. del que salió a una velocidad de 9 Kms.

El examen de matemáticas

Para mejorar la nota de sus alumnos, un profesor de matemáticas plantea inopinadamente el siguiente supuesto:

Sumar 6 y 7

La mayoría han contestado que la respuesta es $6+7=13$, y han merecido un *Aprobado* por parte del profesor, sin embargo otros han dado como respuesta que $6+7=14$, alegando que la suma de dos números, cuando uno es primo, no puede tener como resultado un número primo, y han merecido un *Notable* por parte del profesor. ¿Cuál ha sido la justificación del profesor?

Solución

En cuanto a los *Aprobados:* Los alumnos se han limitado a responder mecánicamente con un número que ya conocían de antemano por haber sido explicado en clase.

En cuanto a los *Notables*: El informe del profesor es el siguiente:

Observaciones:

La grafía del signo seis es del todo correcta.

Es de apreciar lo mismo con el número siete.

El signo más dice, acertadamente, que se trata de una suma; por tanto, supieron interpretar el enunciado.

En cuanto al resultado, el uno es correcto, no así el cuatro; no obstante, se aproximaron suficientemente determinando el más cercano al óptimo.

Evaluación:

Actitud de los alumnos: positiva; lo intentaron.

Procedimientos: Correcto ya que los elementos están ordenados de forma adecuada.

Conceptos: De los seis elementos que conforman una terminología matemática para la operación pedida, sólo se equivocaron en uno de ellos; por tanto, acertaron $5/6$ equivalentes al $83,33\%$.

Nota: Notable alto; progresan adecuadamente.

Nota: Es una escenificación del supuesto planteado por el Profesor Ignacio Soret los Santos en su obra Matemágicas, obra que les recomiendo más abajo.

Una viuda con muchas convicciones

Doña Serafina es una viuda que vive en una pequeña ciudad de provincias, de fuertes convicciones religiosas, que no eran compartidas precisamente por su difunto esposo. Desde que éste falleció se propuso mantener vivas esas ideas sin dejación de las suyas. Para ello ideó el siguiente plan: El primer domingo de cada mes, antes de salir de casa para ir a misa, guarda en su bolso una cierta cantidad de dinero que distribuye: la mitad para el cepillo y una moneda para el primer indigente que se encuentra a la salida de la iglesia. Esta operación se repite todos los domingo hasta que se agota el dinero. A partir de ahí, ya no vuelve a misa hasta el primer domingo del mes siguiente, en que todo vuelve a empezar. Naturalmente, hay meses que pierde misas, pero todo sea por la memoria de su esposo. ¿Qué cantidad guardaba en el bolso y en qué meses asistía a todas las misas?

Solución

La cantidad que la señora Serafina guarda en su bolso debe ser un número par que al ser dividido por dos genera un número impar. Teniendo en cuenta que el número de domingos de un mes no suele sobrepasar los cinco, la cantidad de monedas tan poco deberá superar los treinta euros.

Supongamos que la cantidad que introduce en su bolso es de 30 euros. Esto provoca las siguientes asistencias a misa:

Primer domingo entra con 30 euros y sale con $14 = 30 - (15+1)$.

Segundo domingo entra con 14 euros y sale con $6 = 14 - (7+1)$.

Tercer domingo entra con 6 euros y sale con $2 = 6 - (3+1)$.

Cuarto domingo entra con 2 euros y sale con $0 = 2 - (1+1)$.

En cuanto a la asistencia, dependerá de en qué día de la semana cae el primer domingo, como pueden apreciar en la siguiente tabla:

	Domingos del mes				
Días de la semana	**1º**	**2º**	**3º**	**4º**	**5º**
	1	*8*	*15*	*22*	*28*
	2	*9*	*16*	*23*	*30*
	3	*10*	*17*	*24*	*31*
	4	*11*	*18*	*25*	
	5	*12*	*19*	*26*	
	6	*13*	*20*	*27*	
	7	*14*	*21*	*28*	

La Pensión de Buen Retiro

Todos los domingos la señora Obdulia, propietaria de la Pensión del Buen Retiro, obsequia a sus huéspedes con un aperitivo que consiste en una jarra de agua pura y cristalina y un plato de aceitunas de contenido invariable, que distribuye de una forma equitativa entre sus pupilos. Hay domingos que tres de sus huéspedes lo pasan fuera con sus familiares, lo que permite que la ración de los que se quedan se vea incrementada en una aceituna. Por el contrario otros domingos, familiares de seis huéspedes se quedan a disfrutar de las excelencias del aperitivo, lo que hace que la ración quede disminuida en una aceituna. ¿Cuántos huéspedes tenía la pensión y cuántas aceitunas ponía la señora Obdulia en el plato del aperitivo?.

Solución

Si cuando faltan 3 huéspedes se incrementa la ración de aceitunas en un unidad y cuando aumentan 6 huéspedes disminuye la ración de aceitunas en una unidad, el número de aceitunas debe ser $9=3+6$ o múltiplo de 9 y el número de huéspedes debe ser $6=3(1+1)$ o múltiplo de 6, así tendríamos

Número de huéspedes	6	12	18	24	30	36	42	...
Número de aceitunas	9	18	27	36	45	54	63	...

El número de aceitunas debe ser mayor y divisible por el número de huéspedes, así para 6 huéspedes tendremos 18,36,54 ó 72 aceitunas.

$$18/6=3\rightarrow\begin{cases}18/(6-3)=6>4\\18/(6+6)=3/2\neq 2\end{cases}\quad 36/9=4\rightarrow\begin{cases}36/(9-3)=6>5\\36/(9+6)=12/5\neq 3\end{cases}$$

El único resultado que encontramos es 12 huéspedes y 36 aceitunas.

$$36/12=3\rightarrow\begin{cases}36/(12-3)=4\\36/(12+6)=2\end{cases}$$

Dejamos en manos del lector la búsqueda de algún resultado más, si lo hubiera.

1. Propiedades de los Números

Preliminares

Parte de la teoría de números que trata sobre los números, principalmente los enteros, sus propiedades y las operaciones que con ellos se realizan.

Junto con la geometría, la aritmética fue la rama de las matemáticas más desarrollada en la Antigüedad. La escuela pitagórica consideraba los números como un elemento místico. En su obra Elementos, Euclides (324-265 a.C.) ya profundizó en las propiedades de los números racionales y mostró tácitamente las propiedades intuitivas de la suma.

En el siglo XVII Bachet tradujo al latín un libro que resultaría muy importante para el desarrollo posterior de la aritmética: Aritmética de Diofanto. Fermat estudió los problemas incluidos en dicho libro y planteó nuevos resultados que reimpulsarían esta rama de las matemáticas de una manera fundamental.

Euler y Lagrange son los matemáticos más importantes del siglo XVIII en el estudio de la aritmética. Euler logró resolver varios problemas planteados por Fermat e inauguró el estudio de las formas cuadráticas en el conjunto de los números enteros. Por su parte, Lagrange desarrolló de manera muy importante el estudio de dichas formas.

En 1801 Gauss publicó su obra fundamental Disquisitiones Arithmeticae, uno de los pilares que sustentan el nacimiento en el siglo XX de la matemática abstracta. El célebre matemático alemán, que consideraba la aritmética como una parte fundamental de las matemáticas, desarrolló en esta obra el primer estudio completo de las congruencias y una sistematización del estudio de las formas cuadráticas.

Los números y sus propiedades son el objeto de estudio fundamental de la aritmética. Los números se clasifican en naturales, enteros, racionales, reales y complejos.

Son los métodos que se usan en aritmética para manipular los números. Las operaciones aritméticas son la suma, la resta, la multiplicación, la división, la potenciación y la radicación.

De las operaciones se derivan conceptos y propiedades aritméticas importantes como son la divisibilidad o las congruencias.

Teorema que tiene el siguiente enunciado: "Todo número entero, distinto de 1 o de -1 puede ser expresado, como producto de números primos. Si además el número es distinto de cero esta expresión es única, excepto por el orden."

Este teorema permite estudiar muchas propiedades de los números enteros, gracias a que se pueden descomponer en los elementos más simples desde el punto de vista aritmético: los números primos. Ver http://hojamat.es/parra/fundamentos.pdf

Propiedades numéricas del 2012

El número 2012 es Par, ya que $2012 = 2k + 0 = 2 \cdot 1006 + 0$

Es un número Compuesto, ya que tiene en su factorización más de un número primo $2012 = 2 \cdot 2 \cdot 503.$ La descomposición en números primos puede ser representada por la función Omega mayúscula $\Omega(2012) = 3,$ que nos informa del número de primos del 2012, y por la función Omega minúscula $\omega(2012) = 2,$ que nos informa del número de primos distintos del 2012. Esto queda demostrado al aplicar la función Lambda minúscula de Liouville donde $\lambda(2012) = (-1)^{\Omega(2012)} = (-1)^3 = -1.$

La función Mu de Möbius $\mu(2012) = 0,$ denota que en la descomposición del 2012, existe un divisor que es cuadrado por tanto, se trata de un número no libre de cuadrados.

Tiene 6 divisores, $\tau_{(2012)} = (1+2)(1+1) = 6$ que son 1,2,4,503,1006 y 2012. Suman $1+2+4+503+1006+2012 = 3580,$ que podemos representar como

$$\sigma_{(2011)} = \frac{2^{2+1}-1}{2-1} \cdot \frac{503^{1+1}-1}{503-1} = 7 \cdot 504 = 3528 = 1516 + 2012$$

Es un número Deficiente, ya que $\sigma(n) < 2n = 3528 < 4024,$ la suma de sus divisores es menor que dos veces el 2012.

El número 2012 puede ser representado en otras bases, como:

$b_2 = 11111011100,\ b_3 = 2202112,\ b_4 = 133130,\ b_5 = 31022,\ b_6 = 13152,\ b_7 = 5603,$

$b_8 = 3734,\ b_9 = 2675,\ b_{10} = 2012,\ b_{11} = 156A,\ \ldots\ldots$

El número 2012 es Apocalíptico porque en 2^{2012} se encuentra la secuencia 666:

$2^{2012} = 470274332784334653125768479202378540655541330775529554115642465003833860\underline{666}314880555.....$

¿Sabías?

Que el número 2012 corresponde al número primo 17489.

Que hay 305 primos menores a 2012.

Que si sumamos los números primos comprendidos entre 2 y 139, que son {2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31,37,41,43,47,53,59,61,67,71,73,79,83,89,97,101,103, 107,109,113,127,131,137,139}, y a la suma 2127 le restamos el 2 y el 113, la diferencia es de 2012, que queda representado como suma de 32 números primos consecutivos, salvo el 113.

Propiedades numéricas de los factores primos del 2012

El número 2012 tiene como factores primos al 2 y al 503. Estudiamos a continuación algunas de las propiedades de estos dos números.

Propiedades numéricas del 2

Es un número Par de la forma $2k+0=2\cdot 1+0=2.$

El número 2 es el único primo Par y uno de los dos primos especiales junto al número 5.

Es un primo de Sophie Germain, ya que $2^2+1=5$ es otro primo.

Es un exponente de un primo de Mersenne, ya que $3=2^2-1.$

Es un primo de Chen de la forma $2p+2,$ ya que para $p=0,$ $2\cdot 0+2=2.$

Es un primo de Eisenstein de la forma $3k-1=3\cdot 1-1=2.$

Es un primo Gemelo con 3, $\{2,3\}$ y los únicos a los que les separa la unidad.

Es un primo de Markov, donde existen enteros x,y que la forma resultante es $x^2+y^2+p^2=3xyp.$ Para $p=2,$ algunas de las tripletas $\{x,y,p\}$ tienen como solución

$$\{1,1,2\},\{1,5,2\},\{5,29,2\},\{29,169,2\},\ldots$$

Es un primo de Pierpont de la forma $2^u3^v+1=2^03^0+1$

Es un primo Cuartico de la forma $x^4+y^4=1^4+1^4=2.$

Es un primo de Thabit de la forma $3\cdot 2^n-1=3\cdot 2^0-1.$

El número 2 es un entero de Gauss, ya que $2=(1+i)(1-i)=(1+i)(1+i)(-i).$

Propiedades numéricas del 503

El número 503 es un primo de Eisenstein, ya que $503=3k-1=3\cdot 168-1.$

Es un primo Seguro, ya que $503=2p+1=2\cdot 251+1,$ donde p es primo.

Es un primo de Chen de la forma $503=p+2=n=5\cdot 101,$ donde n es primo o producto de dos primos como máximo.

Es un primo de Gauss, ya que $503=4k+3=4\cdot 125+3,$ no puede ser representado en el anillo $\mathbb{Z}[p].$

Es un primo de Sophie Germain, ya que $(p-1)/2=(503-1)/2=251,$ también es primo.

Es un número Deficiente, ya que $\sigma(n)<2n=504<1006,$ la suma de sus divisores es menor que dos veces el 503.

El número 503 puede ser representado en otras bases, como:

$b_2=111110111,$ $b_3=20122,$ $b_4=13313,$ $b_5=4003,$ $b_6=2155,$ $b_7=1316,$

$b_8=767,$ $b_9=618,$ $b_{10}=503,$ $b_{11}=418,\ldots$

en donde aparecen como primos el 13313 y el 4003.

Representaciones numéricas del 2012 y sus divisores primos

Representaciones numéricas del 2

El dos es un cuadrado, ya que $2+2=2\cdot 2=2^2.$

Es diferencia de un cubo y un cuadrado: $3^3 - 5^2 = 2.$

Es un producto de factoriales más 1: $1! \cdot 1! + 1 = 2.$

Una preciosa representación del número 2:

$$2 = \frac{3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2 + 9^2}{1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2}$$

que podéis encontrar en la obra *El Secreto de los Números*, ISBN: 84-95601-00-1, del profesor francés André Jouette.

Otras representaciones, por ejemplo:

$$2 = (2^6 + 1) - (2^6 - 1)$$

$$2 = 4^2 - 3^2 - 2^2 - 1^2$$

$$2 = (n^2 + 1) - (n^2 - 1) = (2^2 + 1) - (2^2 - 1)$$

Representaciones numéricas del 4

El número 4 es igual a: $4 = 2^2 = 1 + 3.$

Es igual a: $4 = 11_3$ 11 en base 3.

Es igual a: $4 = 3^2 - 2^2 - 1^2$

Es igual a: $4^2 = 4 \cdot 4 = 2^4 = 5^2 - 3^2.$

Podemos representarlo como: $4^4 = 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = (2^6 + 1)^2 - (2^6 - 1)^2 = 2^8$

Representaciones numéricas del 503

El número 503 es suma de los cubos de los cuatro primeros números primos:

$$503 = 2^3 + 3^3 + 5^3 + 7^3$$

Es suma de tres números primos consecutivos: $503 = 163 + 167 + 173.$

El número 503 es igual a:

$$503 = 2^2 + 3^2 + 7^2 + 21^2$$

$$503 = 7^2 + 7^2 + 9^2 + 18^2$$

$$503 = 20^2 + 10^2 + 3$$

$$503 = 2^7 + 5^3 + 5^3 + 5^3$$

$$503 = 7^2 + 3^3 + 3^3 + 5^3 + 2^5 + 3^5$$

$$503 = 2^9 - (1^3 + 2^3)$$

$$503 = (42^3 + 54^3) - (33^3 + 58^3)$$

$$503 = (10^3 + 25^3 + 47^3 + 62^3 + 90^3) - (34^3 + 70^3 + 89^3)$$

$$503 = n^2 + (n - 3),\ con\ n = 22$$

Por la conjetura de Schinzel - Tijdeman, podemos representar al número 503 mediante la ecuación $P(n) = p^a \pm q^b \pm r \cdot s \cdot t,\ con\ p, q, r, s, t\ \in \text{Primos},$

$$503 = 2^5 + 3^4 + 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 13$$

$$503 = 2^7 + 3^6 - 2 \cdot 3 \cdot 59$$

$$503 = 5^5 + 7^6 - 43 \cdot 2797$$

$$503 = 5^{11} + 7^{12} - 13 \cdot 83 \cdot 443 \cdot 29059$$

Casi todos saben que el valor de $\text{Pi}\ (\pi)$ es desconocido. Por ejemplo, este valor con 100 dígitos es

3.14159265358979323846264338327950288419716939937510582097494459230781
640628620899862803482534211706 8...

La cadena de 503 se produce en la posición 837 a contar desde el primer dígito después del punto decimal. El 3. no se cuenta. La cadena de dígitos y alrededores: 30264252230825334468
503 52619311881710100031... La próxima cadena estaría en la posición 1437.

Representaciones numéricas del 2012

El número 2012 puede ser representado como

$$2012 = 31^2 + 32^2 + 3^3$$

$$2012 = 2^2 + 6^2 + 6^2 + 44^2 = 11^2 + 13^2 + 16^2 + 25^2 + 29^2$$

$$2012 = (2^3 + 333^3 + 335^3) - (334^3 + 334^3)$$

$$2012 = (17^3 + 17^3 + 68^3 + 68^3) - (26^3 + 26^3 + 67^3 + 67^3)$$

$$2012 = 2^{11} - 6^2$$

Teniendo en cuenta que la raíz cuadrada del número 2012 está comprendida entre 44 y 45, también puede ser representado como

$$2012 = 44^2 + 44 + 2^5 = 45^2 - 45 + 2^5$$

El número 2012 puede ser representado como suma de cinco cuadrados de seis formas distintas:

$$2012 = 1^2 + 5^2 + 7^2 + 16^2 + 41^2 = 1^2 + 5^2 + 16^2 + 19^2 + 37^2 = 1^2 + 9^2 + 24^2 + 25^2 + 27^2$$

$$2012 = 1^2 + 13^2 + 17^2 + 23^2 + 32^2 = 1^2 + 16^2 + 17^2 + 25^2 + 29^2 = 1^2 + 17^2 + 19^2 + 20^2 + 31^2$$

El número 2012 puede ser representado como suma de seis cuadrados en seis formas distintas:

$$2012 = 1^2 + 2^2 + 19^2 + 21^2 + 23^2 + 26^2 = 1^2 + 3^2 + 6^2 + 15^2 + 29^2 + 30^2 = 1^2 + 4^2 + 11^2 + 19^2 + 27^2 + 28^2$$

$$2012 = 1^2 + 8^2 + 9^2 + 20^2 + 25^2 + 29^2 = 1^2 + 9^2 + 16^2 + 19^2 + 23^2 + 28^2 = 1^2 + 11^2 + 17^2 + 20^2 + 24^2 + 25^2$$

El número 2012 puede ser representado como suma de siete cuadrados de cuatro formas distintas:

$$2012 = 1^2 + 5^2 + 6^2 + 9^2 + 13^2 + 26^2 + 32^2 = 1^2 + 7^2 + 9^2 + 17^2 + 18^2 + 22^2 + 28^2$$

$$2012 = 1^2 + 9^2 + 15^2 + 16^2 + 17^2 + 22^2 + 26^2 = 1^2 + 14^2 + 17^2 + 18^2 + 19^2 + 20^2 + 21^2$$

El número 2012 puede ser representado como suma de siete cubos en cuatro formas distintas:

$$2012 = 1^3 + 1^3 + 1^3 + 4^3 + 6^3 + 9^3 + 10^3 = 1^3 + 2^3 + 2^3 + 3^3 + 5^3 + 8^3 + 11^3$$

$$2012 = 1^3 + 2^3 + 5^3 + 5^3 + 8^3 + 8^3 + 9^3 = 1^3 + 3^3 + 4^3 + 4^3 + 4^3 + 4^3 + 12^3$$

El número 2012 puede ser representado como suma de ocho cubos de cuatro formas distintas:

$$2012 = 0^3 + 1^3 + 1^3 + 1^3 + 4^3 + 6^3 + 9^3 + 10^3 = 1^3 + 4^3 + 4^3 + 5^3 + 7^3 + 7^3 + 7^3 + 9^3$$

$$2012 = 1^3 + 1^3 + 3^3 + 4^3 + 4^3 + 7^3 + 8^3 + 10^3 = 0^3 + 1^3 + 2^3 + 2^3 + 3^3 + 5^3 + 8^3 + 11^3$$

El número 2012 puede ser representado como una terna pitagórica:

$$2012^2 + 1012035^2 = 1012037^2$$

Otras representaciones del número 2012:

$$2012 = 1^2 + 3^2 + 3^4 + 5^4 + 6^4 = 1^2 + 2^1 + 2^2 + 3^2 + 3^5 + 3^5 + 3^5 + 3^5 + 4^5$$

$$2012 = 2^{10} + 2^9 + 2^8 + 2^7 + 2^6 + 2^4 + 2^3 + 2^1 + 1^2 + 1^0$$

$$2012 = 3^6 + 3^6 + 3^5 + 3^5 + 3^3 + 3^3 + 3^2 + 3^1 + 3^0 + 3^0$$

$$2012 = 5^4 + 5^4 + 5^4 + 5^3 + 5^1 + 5^1 + 5^0 + 5^0$$

Por la conjetura de Schinzel - Tijdeman, podemos representar al número 2012 mediante la ecuación $P(n) = p^a \pm q^b \pm r \cdot s \cdot t,\ con\ p, q, r, s, t\ \in \text{Primos},$ podemos establecer algunas representaciones como (ver http://hojamat.es/parra/p2010.pdf)

$$2012 = 3^2 + 5^3 + 2 \cdot 3 \cdot 313$$
$$2012 = 2^{11} + 11^2 - 157$$
$$2012 = 2^7 + 7^2 + 5 \cdot 367$$
$$2012 = 2^{10} + 3^{10} - 58061$$
$$2012 = 2^5 + 5^3 + 3^6 + 2 \cdot 563$$

Por una interpretación de la conjetura ABC, $P(n) = p^a \pm q,\ con\ p, q \in \Pr imos,$ tenemos

$$2012 = 3^4 + 1931,\ \ 2012 = 3^6 + 1283,\ \ 2012 = 7^4 - 389,\ \ 2012 = 13^8 - 815728709$$

Para el valor de $\text{Pi}\ (\pi)$ de 2012 se produce en la posición 7200 a contar desde el primer dígito después del punto decimal. La cadena de dígitos y alrededores: 51541337142489283072 **2012** 69014754668476535761... La próxima estaría en la posición 14528.

Representaciones algebraicas del número 2012 y sus divisores primos

Representaciones algebraicas del número 2

El 2 puede ser representado como $2 = \phi + \frac{1}{\phi^2} = \phi + \phi^{-2},$ donde $\phi = \frac{1}{2}(1 \pm \sqrt{5})$ es la proporción divina o número de oro, atribuido a Fidias (490-431 a.C.), escultor griego que la utilizó por primera vez en la construcción del Partenón.

La representación del número 2 para la Ecuación Pell, donde $x^2 + 2y^2 = \pm 1,$ resulta

$$1^2 - 2 \cdot 1^2 = -1,\ \ 3^2 - 2 \cdot 2^2 = 1$$

Otras representaciones, por ejemplo:

$$2 = (4 + 3\sqrt{2})(4 - 3\sqrt{2})(-1) = (4^2 - 2 \cdot 3^2)(-1)$$
$$2 = (2 + \sqrt{2})(2 - \sqrt{2}) = 2^2 - 2 \cdot 1^2$$
$$2 = \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} - \sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$$
$$2 = \sum_{n=0}^{\infty} 1/2^n$$

Representaciones algebraica del número 4

Satisface la igualdad: $4 = x^y = xy = 2^2 = 2 \cdot 2$

$$4 = ((1+i)(1-i))^2 = ((1+i)(1+i)(-i))^2.$$

Satisface la ecuación: $4 = (n^2 + 2n + 2)(n^2 - 2n + 2) = n^4 + 4 = 0^4 + 4$

o como $4 = \phi^2 + 1 + \frac{1}{\phi^2} = \phi^{-2} + \phi^0 + \phi^2$

Pero no es oro todo lo que reluce. Si

$$a + b = c$$
$$4a - 3a + 4b - 3b = 4c - 3c$$

$$4a+4b-4c=3a+3b-3c$$
$$4(a+b+c)=3(a+b+c)$$
$$\boxed{4=3}$$

hemos cuadrado las cuentas de las Arcas Públicas.

Representaciones algebraicas del número 503

Representaciones como fracciones unitarias o egipcias:

$$503=1/1006+1/1509+1/3018=Q/(Q+1)=1/502\Rightarrow 1+502=503$$
$$503=1/126+1/63378=Q/(Q+1)=4/499\Rightarrow 4+499=503$$

Las representaciones del número 503, como solución a la ecuación Pell, $x^2+503y^2=\pm p,\ con\ p\in \text{Primo},$ resultan

$22^2 - 503\cdot1^2 = -19$
$45^2 - 503\cdot2^2 = 13$
$112^2 - 503\cdot5^2 = -31$
$157^2 - 503\cdot7^2 = 2$
$3409^2 - 503\cdot152^2 = -31$
$3566^2 - 503\cdot159^2 = 13$
$10541^2 - 503\cdot470^2 = -19$
$24648^2 - 503\cdot1099^2 = 1$

Representaciones del número 503 mediante las Ecuaciones de Ramanujan (*)

$(4x^5-5x)^4 + (6x^4-3)^4 + (4x^4+1)^4 - (4x^5+x)^4 - (2x^4-1)^4 = 81$
$(4x^5-x)^4 + (6x^4+3)^4 + (4x^4-1)^4 - (4x^5+5x)^4 - (2x^4+1)^4 = 81$
$(2x^5-4x)^4 + (3x^4-3)^4 + (2x^4-1)^4 - (2x^5-x)^4 - (x^4+1)^4 + (3x)^4 = 81$
$(2x^5-2x)^4 + (3x^4-1)^4 + (2x^4+1)^4 - (2x^5+x)^4 - (x^4-1)^4 - (2x)^4 + x^4 = 1$
$(2x^5)^4 + (3x^4+2)^4 + (2x^4)^4 - (2x^5+3x)^4 - (1x^4)^4 - (2x)^4 + x^4 = 16$
$(4x^5-x)^4 + (6x^4+3)^4 + (4x^4-1)^4 - (4x^5+5x)^4 - (2x^4+1)^4 = 81$

donde

$$503=81+81+81+81+81+81+16+1=3^4+3^4+3^4+3^4+3^4+3^4+2^4+1^4$$

(*) $Ramanujan, Srinivasa\ Aiyangar\ (1887-1920)$. El matemático indio más sobresaliente de este siglo. Siendo oficinista en Madrás comenzó a estudiar y trabajar en matemáticas sin ninguna ayuda. A raíz de su correspondencia con G.H.Hardy fue invitado a visitar Gran Bretaña en 1914, donde colaboró con este último en trabajos sobre particiones y otros temas, principalmente teoría de números.

Algunas representaciones del número 503 en los cuerpos cuadráticos complejos, de la forma $N(a+b\sqrt{-D})=x^2+Dy^2=503,$ donde N es la norma o el conjugado y D es el discriminante al que podemos expresar como $D=b^2-4ac,$ pueden ser

$$2^2+499\cdot1^2=503,\ 4^2+487\cdot1^2=503,\ 6^2+467\cdot1^2=503$$
$$8^2+439\cdot1^2=503,\ 12^2+359\cdot1^2=503,\ 14^2+307\cdot1^2=503$$
$$18^2+179\cdot1^2=503,\ 20^2+103\cdot1^2=503,\ 22^2+19\cdot1^2=503$$

Todas estas representaciones son solución de un polinomio mínimo que podemos representar como $z^2-Sz+P=0,$ donde $P=(a+b\sqrt{-D})(a-b\sqrt{-D})=503,$ es el conjugado de los dos números algebraicos y $S=(a+b\sqrt{-D})+(a-b\sqrt{-D})=2a$ la suma de dichos algebraicos.

Representaciones algebraica del número 2012

Utilizando la descomposición mesopotámica, el número 2012 puede ser representado como diferencia de dos cuadrados:

$$n=\left(\frac{n+1}{2}\right)^2-\left(\frac{n-1}{2}\right)^2=\left(\frac{2012+1}{2}\right)^2-\left(\frac{2012-1}{2}\right)^2=\frac{4052169}{4}-\frac{4044121}{4}=2012$$

$$2012=(503+1)^2-(503-1)^2$$

Aplicando los generadores descubiertos por los pitagóricos para dar solución a la ecuación $x^2+y^2=z^2$, encontramos algunas representaciones para el número 2012:

Para $z-y=2$: $1012037^2-1012035^2=2012^2$

Para $z-y=1$: $\left(\frac{4048145}{2}\right)^2-\left(\frac{4048143}{2}\right)^2=2012^2$

Para $z-y=d^2$: $253013^2-253005^2=2012^2$

Aplicando las fórmulas del algebrista Al-Samawal (1130-1180), basadas en las de Alhacén (965-1040), podemos representar el número 2012 como:

$$(503^2+2^2)^2-(503^2-2^2)^2=2012^2$$

$$\left(\frac{253025}{2}\right)^2-\left(\frac{252993}{2}\right)^2=2012^2$$

Aplicando un algoritmo de Robert Daniel Carmichael (1879-1967), como la descomposición de $2012=2\cdot 2\cdot 503,$ si hacemos que $a=503$ y $b=4,$ para

$$x=a^2 - b^2,\ y=a^2+b^2,\ z=ab$$

obtenemos la ecuación

$$x^8+y^8+z^8=2w^2$$

donde

$$252993^8+253025^8+4024^8=2\cdot 40977353335505689646401^2$$

que es una demostración de las propiedades que pueden tener algunos número.

Representación de formas cuadráticas de la Ecuación Pell, donde el número 2012 representa al discriminante $2012=D=b^2-4ac$ de los polinomios mínimos generados.

$44^2 - 2012\cdot 1^2 = -76$	$1095053^2 - 2012\cdot 24413^2 = -19$
$45^2 - 2012\cdot 1^2 = 13$	$4429508^2 - 2012\cdot 98751^2 = 52$
$269^2 - 2012\cdot 6^2 = -71$	$5524561^2 - 2012\cdot 123164^2 = -31$
$314^2 - 2012\cdot 7^2 = 8$	$15478630^2 - 2012\cdot 345079^2 = 8$
$3409^2 - 2012\cdot 76^2 = -31$	$160310861^2 - 2012\cdot 3573954^2 = -71$
$7132^2 - 2012\cdot 159^2 = 52$	$175789491^2 - 2012\cdot 3919033^2 = 13$
$10541^2 - 2012\cdot 235^2 = -19$	$1039258316^2 - 2012\cdot 23169119^2 = -76$
$49296^2 - 2012\cdot 1099^2 = 4$	$1215047807^2 - 2012\cdot 27088152^2 = 1$

Algunas representaciones del número 2012 en los cuerpos cuadráticos complejos, de la forma $N(a+b\sqrt{-D})=x^2+Dy^2=2012,$ donde N es la norma o el conjugado y D es el discriminante al que podemos expresar como $D=b^2-4ac,$ pueden ser

$$1^2+2011\cdot 1^2=2012,\ 3^2+2003\cdot 1^2=2012,\ 5^2+1987\cdot 1^2=2012,$$

$$17^2+1723\cdot 1^2=2012,\ 23^2+1483\cdot 1^2=2012,\ 29^2+1171\cdot 1^2=2012,$$

$$31^2+1051\cdot 1^2=2012,\ 37^2+643\cdot 1^2=2012,\ 41^2+331\cdot 1^2=2012,$$

Todas estas representaciones son solución de un polinomio mínimo que podemos representar como $z^2 - Sz + P = 0$, donde $P = (a + b\sqrt{-D})(a - b\sqrt{-D}) = 2012$, es el conjugado de los dos números algebraicos y $S = (a + b\sqrt{-D}) + (a - b\sqrt{-D}) = 2a$ la suma de dichos algebraicos.

2. Dilemas con el 2012 por todas partes

Preliminares

En el lenguaje cotidiano, un dilema es el argumento que ofrece una elección entre dos o más alternativas, pero que le quita la razón al adversario cualquiera que sea su elección. También significa un tipo de situación que ofrece una elección entre dos o más soluciones, pero que todas ellas presentan inconvenientes. Por ejemplo: "Si se muda de vivienda, pierde sus amigos; si no se muda, no conseguirá trabajo". En su acepción lógica, el término designa un tipo de razonamiento que, con base en una disyunción entre dos o más casos posibles cada uno de los cuales permite una cierta inferencia, lleva a una conclusión que es válida en cualquiera de los casos. Es, por lo tanto, una especie de silogismo hipotético disyuntivo.

Ejemplo típico de dilema es el siguiente: "Si estos libros dicen los mismo que el Corán, son innecesarios; luego hay que quemarlos. Si dicen algo diferente al Corán, entonces son infieles, y hay que quemarlos. Sea que dicen lo mismo que el Corán, sea que dicen algo diferente, estos libros han de ser quemados".

Se dan dos formas principales de dilema: el dilema constructivo y el dilema destructivo. El dilema constructivo tiene el siguiente esquema: si es A o B, es C; pero es A o B, luego es C. Así se da en el siguiente ejemplo: "Si es inmortal o mortal, es animal; pero es inmortal o mortal; luego es animal". El dilema destructivo tiene el siguiente esquema: si es C, es A o B, pero no es A ni B, luego no es C; como en el siguiente ejemplo: "Si es blanco, es animado o inanimado; pero no es animado ni inanimado, luego no es blanco".

Dilema de Protágoras. Se trata de un dilema muy célebre en la historia de la filosofía. Su planteamiento es el siguiente:

Se dice que Protágoras, el célebre maestro de los sofistas, enseñaba al joven Evathlos la elocuencia con el fin de orientarle para el futuro ejercicio de la práctica forense, a la que el joven quería dedicarse. Para el pago de los honorarios convinieron en que Evathlos le pagaría al maestro cuando ganara el primer pleito. El joven no actuaba como abogado, y parece se olvidó de la deuda que tenía contraída con Protágoras. Éste, cansado de esperar, demandó al ingrato alumno para que le pagara sus honorarios. Presentes ambos ante el juez, Protágoras le dijo a Evathlos:" Si tú demuestras que no tienes deuda conmigo, ganarás tu primer pleito y según nuestro convenio, me pagarás lo prometido. Pero... si no puedes demostrarlo, en este caso, querido amigo, te condenarán los jueces, para que me pagues lo adeudado". Evathlos, sin embargo, que parece había aprendido bien la lección de su maestro, le devolvió el argumento diciendo: "¡Si los jueces me absuelven, sería injusto pagar ya que reconocen que no soy tu deudor! Pero si me condenan, perderé mi primer pleito, y sería una injusticia pagarte, porque sería contrario a nuestro convenio". Protágoras (480-410 a.C.) fue un filósofo griego que defendió un relativismo gnoseológico que resumía en la sentencia "el hombre es la medida de todas las cosas."

La compra de arbolitos

Para repoblar un campo se necesitan comprar 109 arbolitos con un coste total de 2012 euros. Teniendo en cuenta que los arbolitos pueden ser ornamentales o frutales, ¿cuántos podremos comprar de cada clase?.

Solución:

La división de 2012 por 109 está comprendida entre 18 y 19, que es el posible precio de cada clase de arbolitos. Como $2012 = 18 \cdot 109 + 50$ y $109 - 50 = 59,$ 50 y 59 sería el número de arbolitos comprados. Efectivamente:

$$\left.\begin{array}{l} 59 \cdot 18 = 1062 \\ 50 \cdot 19 = \ \ 950 \end{array}\right\} \Rightarrow 1062 + 950 = 2012$$

Si planteamos como solución algebraica, dado que conocemos 18 y 19, tenemos $18x + 19y = 2012.$

$$18x + 19y = 2012 \to 18x = 2012 + 19t \to 18x = 17 + 19t \to \boxed{x = 2 + 19t}$$

$$18(2 + 19t) + 19y = 2012 \to y = 2012 - 18(2 + 19t)/19 \to \boxed{y = 104 - 18t}$$

Sistema indeterminado que alcanza la solución anterior cuando $t = 3.$

__Nota:__ Escenificación del problema número 38 del Jiuzhan Suanshu (Nueve Capítulos de la Matemática China), compendio del saber matemático chino, que fue escrito en el siglo III a.C.

La unión hace la fuerza

Un conjunto de personas se asocian para comprar una pieza de terracota. Si cada uno contribuye con 154 monedas les faltan 10 monedas, pero si cada uno contribuye con 155, entonces sobran 3. Dime las personas que participaron y el precio de la pieza de terracota.

Solución:

Sean p el número de personas y C el precio de la pieza. En el primer intento, la situación es de $C = 154p + 10$ y en el segundo $C = 155p - 3.$ Como podemos establecer que $C = 154p + 10 = 155p - 3,$ entonces $0 = (155p - 3) - (154p + 10) \to p = 13.$

Luego

$$C = 154 \cdot 13 + 10 = 155 \cdot 13 - 3 = 2012$$

Se juntaron 13 personas para comprar una pieza de 2012 monedas.

Si aplicamos la demostración del Algoritmo de Euclides:

Sean a y b dos números donde $a > b$ y $b \neq 0$; sea q el cociente que se obtiene de dividir el primero por el segundo y, sea r el residuo resultante.

Si $a = bq + r$, para $r = 0$, entonces $a|b$ ó $a|q$.

Si $a = bq + r$, para $r \neq 0$, entonces $(a - r)|b$ ó $(a - r)|q$.

Si $a = bq' - r'$ con $r' \neq 0$, entonces $(a + r')|b$ ó $(a + r')|q'$, siendo q' y r' la cifra de cociente y residuo resultantes en la división por exceso.

Haciendo operaciones, obtenemos $b(cq' - q) = r + r'$. Cuando la diferencia entre q' y q es igual a la unidad $b = r + r'$, si es distinta, $r + r' = b(q + k) - bq = bk$ donde, en función de la suma de los residuos, se pueden determinar los valores de b ó k, siendo éste el incremento de q.

Aplicado a nuestro caso, el valor de p vendría determinado por la suma de los restos, esto es, tenemos $p=10+3=13.$

Nota: Escenificación del problema número 8 del Jiuzhan Suanshu (Nueve Capítulos de la Matemática China), compendio del saber matemático chino, que fue escrito en el siglo III a.C.

Reparto poco equitativo

Cierta cantidad de monedas se dividen entre seis personas de tal forma que las cuatro primeras reciben la mitad de las monedas existentes más dos y las dos últimas se reparten el último resto a partes iguales. Sabiendo que el último resto fue de 122 monedas, ¿cuál fue la cantidad inicial y cuánto se repartieron cada persona?

Solución:

Supongamos que la cantidad a repartir es N, entonces el primero recibe $N/2+2=(N+4)/2$ y queda un resto pendiente de $N-(N+4)/2=(N-4)/2$.

El segundo recibe $((N-4)/2)/2+2=(N+4)/4$ y queda un resto pendiente de $((N-4)/2)-(N+4)/4=(N-12)/4.$

El tercero recibe $((N-12)/4)/2+2=(N+4)/8$ y queda un resto pendiente de $(N-12)/4-(N+4)/8=(N-28)/8.$

El cuarto recibe $((N-28)/8)/2+2=(N+4)/16$ y queda un resto pendiente de $(N-28)/8-(N+4)/16=(N-60)/16.$

Por el enunciado sabemos que $(N-60)/16=122$ donde $N=2012,$ por tanto el reparto fue el siguiente:

Persona	Saldo inicial	Reparto	Saldo final
1º	2012	1008	1004
2º	1004	504	500
3º	500	252	248
4º	248	126	122
5º	122	61	61
6º	61	61	0
		2012	

Repoblación en la granja

Un granjero se propone repoblar su granja con gallos, gallinas y pollos. Un gallo cuesta 5 monedas, una gallina 3 y con una moneda puede adquirir 13 pollos. Si con 2012 monedas piensa comprar un total de 2012 aves, ¿cuántos gallos, gallinas y pollos podrá comprar?

Solución:

El número de pollos debe ser múltiplo de 13, que oscilará entre 13 y 2002, más exactamente, entre 13 y 1989, ya que debe haber al menos un gallo y una gallina, que valen 8 unidades monetarias. Por tanteo podemos obtener, por ejemplo

$$21+600\ \ +1391=2012 \rightarrow 21\cdot 5+600\cdot 3+1391\cdot 1/13=105+1800+107=2012$$

Para mayor abundamiento de soluciones, aplicando ecuaciones tenemos

$$5x+3y+1/13z=2012=x+y+z$$

Haciendo operaciones resulta $x=2+19t;\ y=632-32t;\ z=1378+13t,$ soluciones de un sistema indeterminado que nos permite obtener tantas soluciones como valores demos al parámetro t.

Gallos	Gallinas	Pollos
21	600	1391
40	568	1404
59	536	1417
78	504	1430
97	472	1443

Observar que el número de gallos crece en progresión aritmética de razón 19; las gallinas decrecen en progresión aritmética de razón 32, y los pollos crecen en progresión aritmética de razón 13. Para asegurarse que la cantidad comprada es positiva, el valor máximo de t no debe ser superior a 19, donde

$$363+24+1625=2012=363\cdot 5+24\cdot 3+1625\cdot 1/13$$

Nota: Se trata de la escenificación de un problema que aparece en Antología Griega, una colección de 48 problemas publicados sobre el año 500 a.C.

Buscamos dos números

Buscamos dos números con cuya suma y producto obtengamos cierta cantidad.

Solución:

Sean a y b los números y C la cantidad a encontrar. Como $a+b+ab=C,$ entonces

$$a=\frac{C-b}{b+1}\ \text{y}\ b=\frac{C-a}{a+1}$$

Si hacemos que $C=2012,$ tendremos un sistema indeterminado dependiendo de los valores que tomen a y $b.$ Así tendremos

A	B
2	670
10	182

A	B
32	60
60	32

Por ejemplo: $60+32+60\cdot 32=2012$ tiene su origen en

$$a=\frac{2012-32}{32+1}=\frac{1980}{33}=60\ \text{y}\ b=\frac{2012-60}{60+1}=\frac{1952}{61}=32$$

Aunque no conocían las fórmulas que se utilizan en la actualidad, los mesopotámicos resolvían la ecuación de segundo grado en un contexto de dos ecuaciones.

En una tablilla babilónica encontramos que la suma de dos números es 92 y su producto 1920. El escriba se plantea que, si la diferencia de dos números es $2n,$ entonces $46+n$ es el mayor y $46-n$ es el menor. Así, el producto de estos dos números es $(46+n)(46-n)=46^2-n^2$ de donde, $46^2-n^2=1920\rightarrow n=14.$ Luego, los números buscados son $a=46+14=60$ y $b=46-14=30.$

Si queremos planificar este sistema para obtener 2012, plantearíamos

$$(n+44)(n-44)=2012=(44+2\sqrt{-19})(44-2\sqrt{-19})$$

pero nos daríamos de narices contra los números algebraicos.

Nota: Es la escenificación de un problema que aparece en el Papiro de Ahmed o Papiro de Rhind.

Midiendo las fuerzas

Dos amigos discuten sobre quién de los dos tiene más monedas en su hucha. Dice uno: si me das 167 monedas tendré el doble de lo que a ti te queda. Dice el otro: si tú me das a mi esa cantidad, tendremos los dos el mismo número de monedas. ¿Cuántas monedas tenían entre los dos?

Solución:

Sea $a\ y\ b$ la cantidad de monedas que tiene cada uno. Según el enunciado

$$2(a+167)=b-167 \text{ y } a-167=b+167$$

Como $a=b+334$ y $b=2a+501$, podemos establecer que

$$a=835 \text{ y } b=1169$$

donde se cumple que

$$2(835+167)=2\cdot 1002=2004=1169-167$$

$$835+167=1002=1169-167$$

y la suma de ambos era de

$$835+1169=2004$$

En este invite cada uno de los contrincantes ha pagado un peaje de 4 monedas respecto al 2012, esto es $2012-2004=8$.

Nota: Es una adaptación de la fábula El Asno y el Caballo, del fabulista Esopo.

El número 2012 tiene una familia de primos con el número 29

Ha llegado a nuestros oídos que el número 2012 ha tenido una relación secreta con el número 29. Consecuencia de esta relación han aparecido 9 hijos, todos primos y menores que él. ¿Sabes cuáles son?

Solución:

El número 2012 puede ser representado como

$$2012=1006+1006=2(1006)=2k+0$$

un número par que denota su masculinidad.

Su relación con el 29, podemos expresarla como $1006=29\cdot 34+20=29q+20$, dónde $q=34$ y $k=2q=68$.

Como

$$2012=1006+1006=1006-34+1006+34=972+1040$$

$$2012=972+1040=14(68)+20+15(68)+20=29(68)+40=29k+11$$

podemos demostrar que

$$972=486+486=7(68)+10+7(68)+10=14(68)+20=14k+20$$

$$1040=520+520=486+554=7(68)+10+8(68)+10=15(68)+20=15k+20$$

$$2012=14k+20+15k+20=29k+40=29k+11$$

Desde el punto de vista algebraico, este supuesto puede ser planteado como

$$14q+15q+r=2012$$

donde $r=2012-29q \to r=11-29q$.

Ahora es fácil calcular

$$14q+15q+11=2012 \to 29q=2012-11=2001 \to q=69$$

esto nos lleva a que

$$2012 = 972 + 1040 = 14(69) + 6 + 15(69) + 5 = 29(69) + 11 = 29k + 11$$

donde $z = 11 + 29t$ es un número que representa a nuestro 2012. Dando valores a t podemos encontrar nueve números primos menores a 2012, a saber

$t \to$	4	12	28	30	34	40	42	58	64	69
$z = 11 + 29t$	127	359	823	881	997	1171	1229	1693	1867	2012

Los tres herederos

Un ganadero al morir deja en herencia un rebaño de ganado para ser repartido entre sus tres hijos. Según las leyes del lugar, el mayor recibirá una de cada dos cabezas de ganado, el mediano una de cada tres y el pequeño una de cada seis. Como no se ponían de acuerdo, el mayor consintió en ceder una res a cada uno de sus hermanos. ¿Cuántas cabezas se repartieron cada uno si la media del reparto referente al rebaño fue de 67?

Solución:

Necesitamos un número que sea divisible por 2,3 y 5, o sea, $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$.

Supongamos que el rebaño era de 30 cabezas, el reparto fue

$$\frac{30}{2} + \frac{30}{3} + \frac{30}{5} = 15 + 10 + 6 = 30$$

Como la media es de 67, el rebaño sería de

$$2010 = 15 \cdot 67 + 10 \cdot 67 + 5 \cdot 67 = 1005 + 670 + 335$$

cabezas de ganado. Pero, según el enunciado, al no ponerse de acuerdo en el reparto, el mayor cedió a cada uno de sus hermanos una res, por tanto

$$2012 = 1005 + 671 + 336$$

el rebaño era de 2012 cabezas.

Nota: Es una adaptación del problema de los camellos atribuido a Pitágoras de Samos.

Ruletas chinas

Dividir un número en cuatro parte de forma que, si se suma, resta, multiplica o divide por un número dado, resulta un número que es múltiplo de dicho número dado. Determinar el número buscado si el número dado fue 19.

Solución:

Sea x el número a dividir, A, B, C, D los números divididos y m y k el número dado y el multiplicador de dicho número, entonces $A + B + C + D = x$.

Tenemos que $\left\{\begin{vmatrix} A+m \\ B-m \\ C \cdot m \\ D/m \end{vmatrix}\right\} = mk$, de donde $\begin{cases} A = mk - m = m(k-1) \\ B = mk + m = m(k+1) \\ C = mk/m \quad = k \\ D = mmk \quad = m^2 k \end{cases}$

Si $x = A + B + C = m(k-1) + m(k+1) + k + km^2 = k(m^2 + 2m + 1)$, entonces

$$x = k(m+1)^2$$

Aplicado a nuestro caso, tenemos

$$x = 5(19+1)^2 = 2000$$

de donde el reparto resulta

$$\left.\begin{cases} A = mk - m = m(k-1) = 5(19-1) = & 90 \\ B = mk + m = m(k+1) = 5(19+1) = & 100 \\ C = mk/m \quad = k \qquad\qquad \text{k} = & 5 \\ D = mmk \quad = m^2k \quad m^2k = 19^2 \cdot 5 = & 1805 \end{cases}\right\} = 2000$$

Supuesta la cantidad jugada de 2012 monedas, se han quedado 12 por el camino, o sea, 3 monedas por jugador.

<u>Nota:</u> Este problema está recogido por *Liu Hui* (*aprox.* 263) en la refundición de los Nueve Capítulos o Jiuzhang Suanshu, que recogía los conocimientos matemáticos en China, hasta aquella fecha. Los *Nueve Capítulos* eran continuación del *Chua Pei*, un recopilador de leyendas referidas a los números y a la astronomía, que se remontaba, según algunos, hasta el 2750 a.C., según otros, hasta el 1000 a.C.

Transporte especial

En una obra son necesarios un total de 2012 ladrillos. Los ladrillos, con un peso de un kilogramo cada uno, están empaquetados en cajas de 12 y de 20 unidades. Para su traslado desde el almacén hasta la obra se contratan dos furgonetas con capacidad cada una de ellas para un máximo de 1100 kilogramos. Si la furgoneta que transportó las cajas de 12 unidades fue la que más cargó, ¿cuántas cajas transportó cada una?

Solución:

Sean x, y las cajas de 20 y 12 ladrillos, respectivamente. La representación algebraica podemos expresarla como

$$20x + 12y = 2012$$

Si tenemos en cuenta que el $mcd(12, 20, 2012) = 4$, la ecuación anterior es equivalente a

$$5x + 3y = 503$$

Esta ecuación tiene como resultado

$$x = 1 + 3t, \quad y = 166 - 5t$$

un sistema indeterminado que tendrá tanta soluciones como valores se le asignen a t.

Para valores de $t = 16, 17$ las furgonetas habrían transportado

	$t = 16$	
Furgoneta	1ª	2ª
Cajas de	20	12
Número de cajas	49	86
Total Kg	980	1032
Total Transportado	**2012**	

	$t = 17$	
Furgoneta	1ª	2ª
Cajas de	20	12
Número de cajas	52	81
Total Kg	1040	972
Total Transportado	**2012**	

El pedido de componentes electrónicos

Un distribuidor de equipos informáticos almacena sus productos en compartimentos de 80 unidades y los distribuye en cajas de 19 unidades. Para cumplimentar un pedido que le supone 17 equipos más un múltiplo de 19, necesita disponer de 12 equipos más un múltiplo de 80. Sabiendo que el pedido está comprendido entre 1500 y 2500 unidades, determinar cuál es la cantidad exacta de dicho pedido.

Solución:

Sea n el número de equipos del pedido. Según el enunciado $1500 \leq n \leq 2500$.

Sea x la cantidad de compartimentos de 80 e y la cantidad de cajas de 19, entonces $n=80x+12=19y+17$.

La ecuación $80x+12=19y+17$ podemos simplificarla como $80x=19y+5$.

Utilizando modulares:

$$80x \equiv 15(m\acute{o}d.19) \rightarrow x \equiv 6(m\acute{o}d.19) \rightarrow \boxed{x=6+19t}$$

Ahora, por sustitución calculamos el valor de y:

$$80(6+19t)+12=19y+17 \rightarrow 80(6+19t)=19y+5$$

de donde

$$y=\frac{80(6+19t)-5}{19}=\frac{80\cdot 6-5+80\cdot 19t}{19}=\frac{475+1520t}{19}=25+80t \rightarrow \boxed{y=25+80t}$$

por tanto, la solución viene determinada por

$$n=80x+12=19y+17=80(6+19t)+12=19(25+80t)+17$$

Para $t=1$, obtenemos

$$80(6+19\text{t})+12=80\cdot 25+12=2012$$

$$19(25+80\text{t})+17=19\cdot 105+17=2012$$

Nota: Escenificación del problema 1.31 que aparece en la página 35 del libro Problemas Resueltos de Matemática Discreta, obra del profesor Félix García Merayo y otros, ISBN: 84-9732-210-X.

La solución de Fibonacci

Cuatro personas que disponen de una misma cantidad de dinero, se encuentran una bolsa llena de monedas, y la reparten de tal modo que la cantidad final del primero (lo que lleva más lo que le tocó) es siete veces de lo que obtuvieron el segundo y el tercero en el reparto, la del segundo once veces de lo que obtuvieron el primero y el tercero y la del tercero trece veces de lo que obtuvieron el primero y segundo. Determinar la cantidad inicial y final de cada uno de ellos.

Solución:

Si llamamos c a la cantidad inicial de cada uno y x, y y z a lo que cada cual le tocó de la bolsa, tenemos las siguientes igualdades

$$c+x=7(y+z),\quad c+y=11(x+z),\quad c+z=13(x+y)$$

que despejando las variables x, y y z, obtenemos

$$x=5c/289,\quad y=19c/289,\quad z=23c/289$$

donde 289 es la cantidad inicial de cada uno y 5,19 y 23 lo que les tocó en reparto, por tanto:

	1º	2º	3º	Total
Inicial	289	289	289	867
Bolsa	5	19	23	47
Final	294	308	312	914

Nota: Es una escenificación de uno de los quince problemas que Leonardo de Pisa Fibonacci (1170-1250) publicó en 1225 bajo el nombre de Flos super solutionibus quarundam quaestionum ad numerarum et geometriam (algo así como Flor de soluciones de ciertas cuestiones relativas a los números y a la geometría) después de la justa que mantuvo con el emperador Federico II (1194-1250). Ver página 53 del libro Fibonacci el primer matemático medieval, de Ricardo Moreno Castillo.

3. Demostraciones falsas

Preliminares

En matemáticas, hay múltiples demostraciones de contradicciones obvias. A pesar de que las demostraciones son erróneas, los errores son sutiles, y la mayor parte de las veces, intencionados. Estas falacias se consideran normalmente meras curiosidades, pero pueden ser usadas para ilustrar la importancia del rigor en esta área. La mayoría de estas demostraciones dependen de variantes del mismo error. El error consisten en usar una función f que no es biyectiva, para observar que $f(x)=f(y)$ para ciertas x e y, concluyendo (erróneamente) que por tanto $x=y$. La división por cero es un caso particular: la función f es $x \to x0$, y el paso erróneo es comenzar con $x0=y0$ y con ello concluir que $x=y$.

Ver http://es.wikipedia.org/wiki/Demostraci%C3%B3n_inv%C3%A1lida

Demostrar que 2 es equivalente a 1

Demostración:

Sean a y b dos cantidades iguales. Se sigue que:

1. $a=b$
2. $a^2=ab$
3. $a^2-b^2=ab-b^2$
4. $(a+b)(a-b)=b(a-b)$
5. $a+b=b$
6. $b+b=b$
7. $2b=b$
8. $2=1$

La falacia se encuentra en la línea 5: el paso de la línea 4 a la 5 implica una división por $a-b$, que es cero, ya que a equivale a b (por la suposición). Como la división por cero no está definida, la demostración no es válida.

La otra falacia es que también se demostraría que $a=0$, pues si: $a+b=b \Rightarrow a=b-b \Rightarrow a=0$. a + b = b => a = b - b => a = 0

Demostrar que a es equivalente a b

Demostración:

El paso de reordenación está mal planteado, ya que el 2 que multiplica a ab, lo suprime. Comenzamos con

$$a-b=c$$

Elevamos al cuadrado ambos lados

$$a^2-2ab+b^2=c^2$$

Como $(a-b)(c)=c^2=ac-bc$, podemos reescribirlo como

$$a^2-2ab+b^2=ac-bc$$

Si lo reordenamos, obtenemos

$$a^2-ab-ac=ab-b^2-bc$$

Factorizamos ambos miembros

$$a(a-b-c)=b(a-b-c)$$

Dividimos ambos miembros por $(a-b-c)$ y obtenemos

$$\boxed{a=b}$$

La falacia consiste en que si $a-b=c$, entonces $a-b-c=0$, por lo que hemos realizado una división por cero, que invalida la demostración.

Demostrar que todos los números son el mismo

Demostración:

Queremos demostrar que todos los números son el mismo. Para ello tomamos dos números cualquiera a y b y realizamos las siguientes operaciones:

Construimos la igualdad $a+b=t$

Multiplicamos ambos miembros por $a-b$

$$(a+b)(a-b)=t(a-b)$$

Desarrollando resulta

$$a^2-b^2=ta-tb$$

Transponemos términos

$$a^2-ta=b^2-tb$$

Añadimos a ambos miembros $\frac{t^2}{4}$

$$a^2-ta+\tfrac{t^2}{4}=b^2-tb+\tfrac{t^2}{4}$$

Ambos miembros son cuadrados de un binomio

$$(a-\tfrac{t}{2})^2=(b-\tfrac{t}{2})^2$$

Extraemos la raíz cuadrada

$$a-\tfrac{t}{2}=b-\tfrac{t}{2}$$

Eliminando términos comunes

$$\boxed{a=b}$$

Nota: Ver el artículo El Asombroso Mundo de las Falacias Matemáticas, del profesor José Muñoz Santonja, publicado en http://www.fisem.org/web/union/revistas/15/Union_015_012.pdf

Demostrar que $3=2$

Demostración:

Consideremos la igualdad $x=y$. Si sumamos $2x$ en ambos miembros y reducimos términos, obtenemos

$$2x+x=2x+y\Rightarrow 3x=2x+y$$

Si restamos $3y$ en ambos miembros y reducimos términos, obtenemos

$$3x-3y=2x+y-3y\Rightarrow 3x-3y=2x-2y$$

Sacamos factor común el 2 y el 3

$$3(x-y)=2(x-y)$$

Simplificando, obtenemos $\boxed{3=2}$. ¿Dónde está el error?

Demostrar que $1=0$

Demostración:

Partimos de una igualdad notable como $(n+1)^2 = n^2+2n+1$ y pasamos parte del segundo miembro al primero

$$(n+1)^2-(2n+1)=n^2$$

Restamos de ambos miembros el producto $n(2n+1)$

$$(n+1)^2-(2n+1)-n(2n+1)=n^2-n(2n+1)$$

Extraemos factor común en el primer miembro

$$(n+1)^2-(n+1)(2n+1)=n^2-n(2n+1)$$

Sumamos $\frac{(2n+1)^2}{4}$ a ambos miembros

$$(n+1)^2-(n+1)(2n+1)+\frac{(2n+1)^2}{4}=n^2-n(2n+1)+\frac{(2n+1)^2}{4}$$

Desarrollando, obtenemos

$$\left[(n+1)-\frac{2n+1}{2}\right]^2=\left[n-\frac{2n+1}{2}\right]^2$$

Extrayendo la raíz cuadrada

$$(n+1)-\frac{2n+1}{2}=n-\frac{2n+1}{2}$$

Simplificando, obtenemos $n+1=n$ que resulta

$$\boxed{1=0}$$

Una proporción deducida de otra

Demostración:

Un conocido teorema de Aritmética dice que en una proporción la diferencia de antecedentes es a la de consecuentes, como un antecedente es a su consecuente. En fórmulas, esto se expresa diciendo que

Si $\frac{p}{q}=\frac{r}{s}$, entonces, también $\frac{p-r}{q-s}=\frac{p}{q}$. Ahora bien, escribamos la igualdad

$$\frac{3x-5b}{3x-b}=\frac{3a-8b}{3a-4b}$$

y las dos fracciones son generalmente distintas de la unidad, puesto que numerador y denominador son distintos. Sin embargo, la razón entre las diferencias del teorema citado dará

$$\frac{3x-5b-3a+8b}{3x-b-3a+4b}=\frac{3x-3a+3b}{3x-3a+3b}=1$$

igual a la unidad, pues la última tiene los dos términos iguales. ¿Dónde está el error?

En su obra Diversiones Matemáticas, el profesor Rafael Rodríguez Vidal, nos ofrece la siguiente solución:

Si en la proporción dada igualamos el producto de los medios y el de los extremos, resultará

$$9ax-3ab-24xb+8b^2=9ax-12bx-15ab+20b^2$$

esto es

$$12ab-12bx-12b^2=0$$

o sea

$$4b(3a-3xb-3b)=0$$

Si $b=0$, las dos fracciones de partida eran, efectivamente, iguales a la unidad.

Si $b\neq 0$, será $3a-3x-3b=0$, de modo que la fracción resultante es $\frac{0}{0}$, que no puede decirse que vale uno.

Un elefante pesa igual que un mosquito

Demostración:

Sea x el peso de un elefante, y sea y el peso de un mosquito. Si llamamos v al promedio de ambos pesos, se tiene que $2v=x+y$ entonces se cumple que: $x-2v=-y$ donde $v=-y$ y $x=-y+2v$. Multiplicando ambas igualdades:

$$x^2-2vx=y^2-2vy$$

luego

$$x^2-2vx+v^2=y^2-2vy+v^2$$

o sea

$$(x-v)^2=(y-v)^2$$

Tomando raíz cuadrada de ambos miembros de la igualdad

$$x-v=y-v$$

de donde

$$\boxed{x=y}$$

por lo que queda demostrado, al igual que en casos anteriores, que el elefante pesa igual que el mosquito.

La lógica de Bertrand Russell

Demostración:

En un simposio de filosofía, uno de los participantes hizo la siguiente pregunta a Bertrand Russell:

"Si de una proposición falsa puede deducirse cualquier cosa, sea verdad o mentira, ¿puede usted demostrar que si $2+2=5$ es usted el Papa?" "¡Claro que sí!, respondió Bertrand Russell. He aquí la demostración:"

Supongamos, pues, que $2+2=5$

Restemos 2 en ambos miembros de la igualdad: $2=3$

Transponemos términos: $3=2$

Restemos nuevamente uno a ambos miembros: $2=1$

"El Papa y yo somos dos. Ya que dos es igual a uno, entonces el Papa y yo somos uno, por tanto, yo soy Papa."

Nota: Bertrand Russell (1872-1970), matemático, filósofo y escritor británico. Fue uno de los iniciadores de la lógica matemática con sus *Principia Mathematica*. Entre sus obras destacan Los Problemas de la Filosofía, La Conquista de la Felicidad, La Guerra nuclear ante el sentido común y Autobiografía. En 1950 recibió el Premio Nobel de Literatura.

4. Adivinación de números

Preliminares

La adivinación se ha definido como una estrategia de defensa del ser humano frente a la imposibilidad de conocimiento directo y empírico de todas las circunstancias que han influido, influyen o influirán en su propia vida (pasado, presente y futuro); en definitiva, una especie de técnica para resolver la tensión entre la insuficiencia de los conocimientos del ser humano y sus ambiciones culturales, que nunca pueden ser completamente satisfechas a partir sólo de sus sentidos.

En los estadios más primitivos de la evolución humana, la adivinación debió de ser una técnica poco desarrollada, escasamente tradicional, esencialmente mágica y muy dependiente del arte individual de cada uno de sus practicantes o de un grupo reducido de ellos. El tiempo meteorológico, las perspectivas de caza, los conflictos guerreros y el desarrollo de las enfermedades debieron ser las primeras realidades que el hombre sintió la necesidad de prever. A medida que cada pueblo iba evolucionando y, al mismo tiempo, desarrollando instituciones sociales, culturales y políticas, la adivinación iba también adquiriendo mayor entidad, perdiendo en buena medida la dimensión personal que cada oficiante podía infundirle y sometiéndose a unas reglas estables, permanentes y socialmente convenidas que intentaron, en cierta medida, "racionalizar" esta práctica y que favorecieron su inserción dentro de sistemas propiamente religiosos, e incluso su conversión en una especie de pseudociencia.

La adivinación o acción y efecto de adivinar es predecir el futuro o descubrir las cosas ocultas por medio de agüeros o sortilegios; descubrir por conjeturas alguna cosa oculta o ignorada o, tratándose de un enigma, acertar lo que quiere decir.

En lo referente a la "adivinación" de números, es una forma lúdica donde mediante el juego, se propone la solución de una ecuación, sin que una de las partes sepa que esto es así.
http://www.raco.cat/index.php/educar/article/viewFile/42235/90184
http://www.um.es/glosasdidacticas/numeros/GD17/07.pdf

Pedir a alguien que piense un número de dos cifras

Demostración:

1. Piensa en un número: x
2. Multiplícalo por 2: $2x$
3. Súmale 3: $2x+3$
4. Multiplica el resultado por 5: $5(2x+3)=10x+15$
5. Dime el número obtenido: 85

Nosotros contestamos: El número pensado es 7.

1. Piensa un número: x
2. Multiplícalo por 2: $2x$
3. Súmale 5: $2x+5$
4. Multiplica el resultado por 5: $5(2x+5)=10x+25$
5. Dime el número obtenido: 215

Nosotros contestamos: El número pensado es 19

La respuesta a cada uno de estos dos supuestos está en la solución de las ecuaciones que se generan, a saber:

$$10x+15=85 \rightarrow 10x=85-15=70 \rightarrow \boxed{x=7}$$

$$10x+25=215 \rightarrow 10x=215-25=190 \rightarrow \boxed{x=19}$$

En realidad, en cuanto se nos comunica el número obtenido, según sea el primero o el segundo, sólo tenemos que restar 15 o 25 y dividir por 10. Dependiendo del "código de distorsión" que utilicemos en el paso 3).

Pedir a alguien que piense un número de más de dos cifras

Demostración:

1. Piensa un número: x
2. Multiplícalo por 2: $2x$
3. Súmale 8: $2x+8$
4. Multiplica el resultado por 5: $5(2x+8)=10x+40$
5. Pedir resultado: 20160
6. Nosotros contestamos: El número pensado es 2012

Hemos dividido por 10 y al resultado le hemos restamos 4.

1. Piense en un número: x
2. Duplíquelo: $2x$
3. Súmele 4: $2x+4$
4. Multiplíquelo por 5: $5(2x+4)=10x+20$
5. Súmele 12: $10x+20+12=10x+32$
6. Multiplíquelo por 10: $10(10x+22)=100x+320$
7. Pida el resultado: 201520

Decimos que es el 2012, ya que restamos 320 y dividimos el resultado por 100.

Adivinar la edad de una persona

Demostración:

1. Escriba el número del mes en que nació: m
2. Multiplicar por 5: $5m$
3. Sumar 6: $5m+6$
4. Multiplicar por 4: $4(5m+6)=20m+24$
5. Sumar 9: $20m+24+9=20m+33$
6. Multiplicar por 5: $5(20m+33)=100m+165$
7. Sumar el número del día del mes d: $100m+d+165$
8. Sumar 700: $100m+d+165+700=100m+d+865$
9. Solicitar el resultado obtenido: 2082

Decimos que es el 17 de diciembre, ya que $2082-865=1217=md$

1. Escribir el día de su nacimiento: d
2. Multiplicar por 20: $20d$
3. Sumar 73: $20d+73$
4. Multiplicar por 5: $5(20d+73)=100d+365$
5. Sumar número del mes: $100d+m+365$
6. Pedir resultado anterior: 2077

Contestamos que es el 17 de diciembre, ya que $2077-365=1712=dm$

1. Dígale a alguien que escriba su edad: 71 años
2. Que sume 94: $71+94=165$
3. Dígale que la primera cifra la sume con las dos segundas: $1+65=66$
4. Pídale que le diga el resultado: 66

Nosotros diremos que tiene 71 años, ya que sólo es necesario sumar 5.

1. Escriba el número del día de la semana que más le gusta: 7
2. Duplíquelo: $2\cdot 7=14$
3. Súmele 5: $14+5=19$
4. Multiplíquelo por 50: $19\cdot 50=950$
5. Sumar el año actual: $950+2011=2961$
6. Restar el año de nacimiento: $2961-1939=1022$
7. Pedir el resulta: 1022

Diremos que tiene 72 años y le gusta el domingo. Simplemente hemos restado 250 al resultado recibido: $1022-250=772=sa$

Adivinar la carta levantada

Demostración:

Nos centraremos en la baraja española, de 48 cartas, divididas en 4 palos de 12 cartas cada uno, denominados

1. *Oros*, 2. *Copas*, 3. *Espadas*, 4. *Bastos*

Las cartas de cada palo van numeradas del 1 al 12.

1. Pedir a alguien que saque una carta de la baraja: c
2. Sin mostrarla, pedirle que la duplique: $2c$
3. Que le añada 3: $2c+3$
4. Que lo multiplique por 5: $5(2c+3)=10x+15$
5. Que añada el número del palo al que pertenece: $10x+p+15$
6. Solicitamos el resultado: 89

Anunciamos que es el 7 de bastos. Hemos restado 15: $89-15=74=cp$

1. Entregar una baraja y pedir que tome un número de cartas a capricho: n
2. Que duplique el número: $2n$
3. Que añada 4: $2n+4$
4. Que multiplique por 5: $5(2n+4)=10n+20$
5. Que sume 12: $10n+20+12=10n+32$
6. Que multiplique por 10: $10(10n+32)=100n+320$
7. Se le pide el resultado: 1620

Anunciamos que ha tomado trece cartas de la baraja. Hemos restado 320 y el resultado lo hemos dividido por 100: $(1620-320)/100=13$.

Adivinar los puntos de una ficha de dominó

Demostración:

Se le pide a un espectador que levante una de las 28 fichas de un dominó, y sin que nosotros la veamos, adivinaremos los puntos que tiene en cada cara.

1. Levante una ficha de dominó: $F = \boxed{a}\boxed{b}$
2. Tome una de las caras: a
3. Duplíquela: $2a$
4. Súmele 5: $2a+5$
5. Multiplique el resultado por 5: $10a+25$
6. Súmele los puntos de la otra cara: $10a+b+25$
7. Le pedimos el resultado: 81

Le decimos que es el $\boxed{5}\boxed{6}$ Simplemente hemos restado 25 a la cifra informada, $81-25=56=ab$.

Adivinar los puntos de tres dados

Demostración:

Se ruega a un espectador que, a escondidas, lance tres dados y efectúe las siguientes operaciones:

1. Duplicar los puntos del primer dado: $2a$
2. Sumar 5: $2a+5$
3. Multiplicar por 5: $5(2a+5)=10a+25$
4. Sumar los puntos del segundo dado: $10a+b+25$
5. Multiplicar por 10: $10(10a+b+25)=100a+10b+250$
6. Sumar los puntos del tercer dado: $100a+10b+c+250$
7. Solicitamos solución: 595

Los puntos de cada dado son 3, 4 y 5. Hacemos $595-250=345=abc$

Adivinar la cifra tachada

Demostración:

1. Pedimos a alguien que piense un número de tres cifras distintas: abc
2. Que sume las cifras: $a+b+c$
3. Que reste esta suma a la cifra inicial: $abc-(a+b+c)$
4. Que tache una cifra: $a+c$
5. Que nos informe del resultado: 58

Le decimos que la cifra tachada es 5. Hasta el próximo múltiplo de 9 faltan 5, que es la cifra tachada.

Fundamento algebraico:

Sea abc el número pensado donde a, b y c representan las centenas, decenas y unidades respectivamente. El número total de unidades vendrá determinado por

$$100a+10b+c$$

Si a este número le restamos la suma de los valores de sus cifras $a+b+c$, obtenemos

$$100a+10b+c-(a+b+c)=99a+9b=9(11a+b)$$

El número $9(11a+b)$ es múltiplo de 9, al restar de un número la suma de sus cifras, debe resultar siempre un número múltiplo de 9, sin resto. Si la cifra no es múltiplo de 9, el complemento hasta el próximo múltiplo de 9 será la cifra tachada.

En nuestro caso, como $58=9\cdot 6+4,$ faltan 5 (el complemento de 4 respecto a 9) para el próximo múltiplo de 9, luego 5 es la cifra tachada.

Adivinar un número de cuatro cifras con una cifra tachada

Demostración:

Un matemago solicita la ayuda de un espectador del público y le pide que realice las siguientes operaciones:

1. Piense en un número de cuatro cifras todas distintas de cero.
2. Sume las cuatro cifras.
3. Le pide que tache una cifra y le diga en qué posición estaba (del 1 al 4). $\boxed{2}$
4. Al número de tres cifras que le queda, debe restarle la suma de las cuatro cifras que hizo en el paso 2.
5. Ahora debe decirle el resultado de la diferencia. $\boxed{871}$
6. Se le pide qué lugar ocupaba de las unidades el número de tres cifras. $\boxed{6}$

Finalmente el matemago debe adivinar el número de cuatro cifras.

Fundamento algebraico:

Partimos de un número de cuatro cifras $abcd,$ aunque la cifra d que es la que vamos a tachar puede estar en cualquier lugar. La suma de sus cifras es $a+b+c+d.$

Si a continuación tachamos la cifra d nos quedará el número

$$abc=100a+10b+c$$

Si a este número le restamos la suma de las cifras, desaparece c:

$$abc-(a+b+c+d)=100a+10b+c-(a+b+c+d)=99a+9b-d$$

que como puede apreciarse, falta la d (cifra tachada) para ser un múltiplo de 9, luego basta sumar las cifras del número resultante, y la cantidad que falte hasta el próximo múltiplo de 9, esa será d.

Si ahora le sumamos d al resultado que nos había dado el espectador, obtendremos el valor de $99a+9b,$ y ese valor dividido por 9 resulta

$$11a+b=10a+(a+b)$$

es decir, obtenemos un número de dos cifras en la que la cifra de las decenas es la cifra a original del número, y las unidades son la suma de a con la cifra $b,$ luego hemos descubierto las cifras a,b y d. Ahora estamos en disposición de solucionar el supuesto planteado.

Si sumamos $8+2+1=11$ nos falta 7 para el siguiente múltiplo de 9, luego esa es la cifra tachada.

Si sumamos $821+7=828$ y dividimos entre 9, obtenemos $828/9=92.$

Como la cifra de las decenas es superior a la de las unidades, la primera cifra del número es $8=9-1$ y la segunda cifra es $4=12-8.$

Como la cifra tachada (que era la segunda) es 7, tenemos las tres primeras cifras del número 874 y sólo nos faltan las unidades. El espectador ya nos dijo que las unidades eran 6, por tanto el número buscado es 8746. Comprobamos:

1. Número pensado: 8746
2. Suma de cifras: 8+7+4+6 = 25
3. Tachar una cifra: 846
4. Restamos: 846 - 25 = 821
5. Es la cifra que hemos descifrado

Nota: Este supuesto es una adaptación del publicado por José Muñoz Santonja, catedrático de matemáticas en el IES Macarena y miembro de la SAEM THALES, que pueden encontrar en http://www.sinewton.org/numeros/numeros/63/Articulo05.pdf.

Juego de adivinanza

1. Elija a dos personas a las que llamará A y B.
2. Pídale a ambos que consensuen un número primo menor que 20.
3. Pídale a A que lo multiplique por 3 y a B que lo multiplique por 2.
4. Pídale a A que sume 10 y a B que reste 10.
5. Pídale a B que calcule una vez y media su número, lo sume y se lo comunique a A para que lo reste en el suyo.

En ese momento, nosotros comunicamos que el número de A es 25.

Demostración:

Supongamos que el número primo consensuado es 13. El proceso a llevar a cabo es el siguiente:

1º	Elegir dos personas	A	B
2º	Consensuar número	13	13
3º	Multiplicación	39	26
4º	Traspasar 10	49	16
5º	Traspasar 16+8 = 24	25	40

El número A es *siempre dos veces y media* el que habíamos pedido traspasar en 4).

Fundamente algebraico:

Sea $A/B=r$ (en nuestro caso $3/2$) una proporción cualquiera. El número que mandamos traspasar es a (cualquiera) y el que mandamos devolver es r veces a, (procurando que éste sea entero), lo que condiciona algo la elección de a: en nuestro ejemplo tenía que ser par. El proceso tiene los siguientes pasos:

	A	B
1º	$A+a$	$B-a$
2º	$A+a-r(B-a)$	$B-a+r(B-a)$
3º	$A+a-A(B-a)/B$	$a(A/B+1)=a(r+1)$

5. Conjeturas

Preliminares

Una conjetura es un juicio formado mediante observaciones o el análisis de indicios. El término, que procede del latín *coniectūra*, es muy habitual en el ámbito de la matemática. En este caso, la conjetura es una afirmación que, al no haber sido probada ni refutada, se supone como cierta. Sólo cuando se haya demostrado su veracidad, la conjetura pasará a ser un teorema y, por lo tanto, podrá usarse para desarrollar otras demostraciones formales. Hay matemáticos que dedican toda su vida a resolver conjeturas históricas. Una de las más famosas es la conjetura de Goldbach, propuesta por el prusiano Christian Goldbach que establece que *"todo número par mayor que 2 puede escribirse como la suma de dos números primos"*. Otras conjeturas matemáticas populares que aún no han sido resueltas indican que *"existe un número infinito de primos P tales que P + 2 también es primo"* o que *"no existen los números perfectos impares"*, entre muchas otras.

Cuando un matemático cumple con el objetivo y prueba una conjetura, ésta deja de existir como tal. El español Francisco Santos, por ejemplo, resolvió en 2010 la conjetura de Hirsch**,** enunciada por Warren M. Hirsch **(**1918**-**2007**)** en 1957.

En el lenguaje cotidiano también puede hablarse de conjeturas para referirse a hipótesis o teorías que aún no han podido comprobarse: *"Yo creo que tu hermano puso en venta la casa ya que planea divorciarse, aunque es sólo una conjetura de mi parte"*, *"No entiendo la reacción de Hugo: pareciera que se enojo por tus conjeturas sobre Laura"*.
Ver http://definicion.de/conjetura/

Conjetura de Liouville

Atribuida a Joseph Liouville (1809-1882), matemático francés que se ocupó del análisis matemático, y demostró la existencia de los números trascendentes. En teoría de los números demostró que $1^3+2^3+...+n^3=(1+2+...+n)^2$. El procedimiento empleado consiste en lo siguiente:

1. Se toma un número positivo cualquiera y se calculan sus divisores, incluyendo el 1 y el propio.
2. De cada divisor se calculan los divisores que tiene, incluyendo el 1 y el propio.
3. El conjunto de estos divisores es el que iguala las dos partes de la ecuación.

<u>Para el número 2012:</u>

Como el número 2012 tiene {1,2,4,503,1006,2012} seis divisores:

El número 1 tiene {1} un divisor.
El número 2 tiene {1,2} dos divisores.
El número 4 tiene {1,2,4} tres divisores.
El número 503 tiene {1,503} dos divisores.
El número 1006 tiene {1,2,503,1006} cuatro divisores.
El número 2012 tiene {1,2,4,503,1006,2012} seis divisores.

La igualdad de la conjetura resulta:

$$1^3+2^3+3^3+2^3+2^3+4^3+6^3=(1+2+3+2+2+4+6)^2=18^2=324$$

Conjetura de los números felices

Los números felices se definen por el siguiente procedimiento:

1. Se toma cualquier número entero y positivo.
2. Se suman los cuadrados de sus dígitos.
3. Si se alcanza el 1, el número propuesto es feliz, si no se repite el paso 2.

Si después de varias iteraciones se alcanza el uno, tanto el número propuesto como todos los intermediarios son felices. Si, por el contrario, se repite uno de los números, esto implica que se entra en un ciclo y ninguno de los números obtenido es un número feliz. Por ejemplo, 4,16,37,58,89,145,42,20,4,..., donde el 4 se repite y se entra en un ciclo donde todos los números que lo componen no son felices.

Para el número 503:

$$5^2+0^2+3^2=34\to 3^2+4^2=25\to 2^2+5^2=29\to 2^2+9^2=85$$

$$8^2+5^2=\boxed{89}\to 8^2+5^2=145\to 1^2+4^2+5^2=42\to 4^2+2^2=20$$

$$2^2+0^2=4\to 4^2=16\to 1^2+6^2=37\to 3^2+7^2=58\to 5^2+8^2=\boxed{89}$$

Aparece el ciclo 89,145,42,20,4,16,37,58,89,..., por lo que el número propuesto 503 no es un número feliz al igual que los números que conforman este ciclo.

Para el número 2012:

$$2^2+0^2+1^2+2^2=9\to 9^2=81\to 8^2+1^2=65\to 6^2+5^2=61$$

$$6^2+1^2=\boxed{37}\to 3^2+7^2=58\to 5^2+8^2=\boxed{89}\to 8^2+9^2=145,\ldots$$

Aparece el ciclo 37,58,89,145,42,20,4,16,37,..., que continúa con el descubierto con el número 503, por lo que el número propuesto 2012 no es feliz al igual que los números que conforman este ciclo.

Los números felices entre 1 y 500 son:

1,7,10,13,19,23,28,31,32,44,49,68,70,79,82,86,91,94,97,100,
103,109,129,130,133,139,167,176,188,190,192,193,203,208,
219,226,230,236,239,262,263,280,291,293,301,302,310,313,
319,320,326,329,331,338,356,362,365,367,368,376,379,383,
386,391,392,397,404,409,440,446,464,469,478,487,490 y 496.

Ver http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_feliz

Conjetura de Collatz

Lothar Collatz (1910-1990), fue un matemático alemán que en 1937 propuso la conjetura que lleva su nombre, la cual permanece sin ser resuelta.

Sea la siguiente operación, aplicable a cualquier número entero positivo:

Si el número es par, se divide por 2.

Si el número es impar, se multiplica por 3 y se suma 1.

Formalmente, esto equivale a una función $f:N\mapsto N$ donde

$$f(n)=\begin{cases}\dfrac{n}{2} & \text{si } n\equiv 0(mód.2)\\[2mm] \dfrac{3n+1}{2} & \text{si } n\equiv 1(mód.2)\end{cases}$$

Ver http://hojaynumeros.blogspot.com/2011/05/la-conjetura-de-collatz-en-un-taller-de.html

http://www.numbertheory.org/pdfs/3x+1_slides.pdf

Para el número 503:

503,755,1133,1700,850,425,638,319,479,719,1079,1619,2429,3644, 1822, 911,1367, 051,3077,4616, 2308,1154,577,866,433,650,325, 488,244,122,61,92,46,23,35,53,80,40,20,10,5,8,4,2,1.

se necesitan 44 iteraciones para llegar al número 1.

Para el número 2012:

2012,1006,503,755,1133,1700, 850,425,638,319,479,719,1079, 619, 2429,3644,1822,911,1367,2051, 3077,4616,2308,1154,577,866,433, 650,325,488,244,122,61,92,46,23,35,53,80,40,20,10,5,8, 4,2,1.

se necesitan 46 iteraciones para llegar al número 1.

Ver http://es.wikipedia.org/wiki/Conjetura_de_Collatz

Conjetura de Keith Matthews

A partir de la Conjetura de Collatz, Keith Matthews, profesor del departamento de matemáticas de la Universidad de Queensland en Australia, amplía las dificultades para la resolución de esta conjetura.

Las iteraciones de y, t(y), t(t(y)),... de la función $3x+371$, se expresan como

$$t(x)=\begin{cases} x/2, & si\ x\ es\ par \\ (3x+371)/2, & si\ x\ es\ impar \end{cases}$$

El desarrollo de esta conjetura puede alcanzar los números

721,371,265,25, 0,-371,-563,-1855,-6307,...

Para el número 503:

503,940,470,235,538,269,589,1069,1789,2869,4489,6919,10564, 5282,2641,4147,6406,3203,4990,2495,3928,1964,982,491,922,461, 877,1501,2437,3841,5947,9106,4553,7015,10708,5354,2677,4201, 6487,9916,4958,2479,3904,1952,976,488,244,122,61,277,601,1087, 1816,908,454,227,526,263,580,290,145,403,790,395,778,389,769, 1339,2194,1097,1831,2932,1466,733,1285,2113,3355,5218,2609,4099, 6334,3167,4936,2468,1234,617,1111,1852,926,463,880,440,220,110, 55,268,134,67,286,143,400,200,100,50,25.

se necesitan 104 iteraciones para llegar al número 25.

Ver http://www.numbertheory.org/php/3x+371.html

Para el número 2012:

2012,1006,503,940,470,235,538,269,589,1069,1789,2869,4489,..., 463,880,440,220,110,55,268,134,67,286,143,400,200,100,50,25.

se necesitan 106 iteraciones para llegar al número 25.

Ver http://www.numbertheory.org/php/3x+371.php

Ver http://www.maths.uq.edu.au/~krm/

Conjetura de Venturini

Las iteraciones de $y, t(y), t(t(y)),\ldots$ se expresan mediante la función

$$t(x)=\begin{cases} 2500x/6+1, & si\ x\equiv 0(mód.6)\\ (21x-9)/6+1, & si\ x\equiv 1(mód.6)\\ (x+16x)/6, & si\ x\equiv 2(mód.6)\\ (21x-51)/6, & si\ x\equiv 3(mód.6)\\ (21x-72)/6, & si\ x\equiv 4(mód.6)\\ (x+13)/6, & si\ x\equiv 5(mód.6)\end{cases}$$

El desarrollo de esta conjetura puede alcanzar los ciclos numéricos:

<u>Ciclo 1</u>: 2,3
<u>Ciclo 2</u>: 6,2501,419,72,30001,105002,17503,61259,10212,4255001, 709169,118197,413681,68949,241313,40221,140765,23463,82112, 13688,2284,7982,1333,4664,780,25001,54169,189590,31601,5269, 18440,3076,10754,1795,6281,1049,177,611,104,20.

<u>Para el número 503:</u>

503,86,17,5,3,2.

el número de iteraciones para alcanzar el 2 en el primer ciclo es de 5.

<u>Para el número 2012:</u>

2012,338,59,12,5001,17495,2918,489,1703,286,989,167,30,12501,..., 9168764,1528130,254691,891410,48571,24764,4130,91,2417,405, 1409,237,21,139,85,83,16,44,10,23,6.

el número de iteraciones para alcanzar el 6 en el segundo ciclo es de 415.
Ver http://www.numbertheory.org/php/venturini1.html

Conjetura de Benoit Cloitre

A partir de la Conjetura de Collatz, Benoit Cloitre, profesor del departamento de matemáticas del Harvey Mudd College de Claremont, California, crea la suya propia.

Las iteraciones de $y, t(y), t(t(y)),\ldots$ de la función $3x+1$, pueden ser expresadas como

$$t(x)=\begin{cases} 2x/3, & si\ x\equiv 0(mód.3)\\ (x-1)/3, & si\ x\equiv 1(mód.3)\\ 5x+3, & si\ x\equiv 2(mód.3)\end{cases}$$

El desarrollo de esta conjetura puede alcanzar los ciclos numéricos

<u>Ciclo 1</u>: 0,0; <u>Ciclo 2</u>**:** -1,-2,-1; <u>Ciclo 3</u>***:*** -4,-17,-6,-4; <u>Ciclo 4</u>: -19,-92,-31,-152,-51,-34,-167,-56,-19.

<u>Para el número 503:</u>

503,2518,839,4198,1399,466,155,778,259,86,433,144,96,64,21,14, 73,24,16,5,28,9,6,4,1,0.

el número de iteraciones para alcanzar el 0 en el primer ciclo es de 25.

<u>Para el número 2012:</u>

2012,10063,3354,2236,745,248,1243,414,276,184,61, 20,103,34,11,58,19,6,4,1,0.

el número de iteraciones para alcanzar el 0 en el primer ciclo es de 20.
Ver http://www.numbertheory.org/php/cloitre.html

Conjetura de Mridul K.Sen

A partir de la Conjetura de Collatz, la Conjetura de Mridul K.Sen, profesor de matemáticas del Colegio Bholavanda Nacional Vidyalaya de Bangalore, Calcuta, se basa en que, para $y \geq 1$ las iteraciones de y, t(y), t(t(y)),..., pueden ser expresadas como

$$t(x) = \varphi(x)/2 \ si \ x \ es \ impar \ y \ x > 2$$

$$t(2) = 1$$

$$t(x) = (3x+1)/2 \ si \ x \ es \ par$$

donde $\varphi(x)$ es la función generatriz de Euler.

<u>Para el número 503:</u>

503,755,1133,1700,320,64,16,4,1.

se necesitan 8 iteraciones para alcanzar la unidad.

<u>Para el número 2012:</u>

2012,502,125,188,46,11,17,26,6,1.

se necesitan 10 iteraciones para alcanzar la unidad.

Ver http://www.numbertheory.org/php/mridul_sen.html

Ver http://hojamat.es/parra/modular.pdf

Conjeturas de Oliveira

A partir de las función generadora $3x+1$ y las matrices de Markov, Tomás Oliveira e Silva, profesor de matemáticas en el Departamento de Electrónica y Telecomunicación Informática de la Universidad de Aveiro, Portugal, introduce dos conjeturas para $T_5, T_7 \in Z$, donde $T_5 = 5x+1$ y $T_7 = 7x+1$. La valoración de estas conjeturas se establece de la forma siguiente:

$$T_5(x) = \begin{cases} x/2 & si \ x \equiv 0(mód.2) \\ x/3 & si \ x \equiv 1(mód.2) \ y \ x \equiv 0(mód.3) \\ 5x+1 & si \ x \equiv 1(mód.2) \ y \ x \not\equiv (mód.3) \end{cases}$$

$$T_7(x) = \begin{cases} x/2 & si \ x \equiv 0(mód.2) \\ x/3 & si \ x \equiv 1(mód.2) \ y \ x \equiv 0(mód.3) \\ x/5 & si \ x \equiv 1(mód.2) \ y \ x \not\equiv 0(mód.3) \ y \ x \equiv 0(mód.5) \\ 7x+1 & si \ x \equiv 1(mód.2) \ y \ x \not\equiv 0(mód.3) \ y \ x \not\equiv 0(mód.5) \end{cases}$$

Se cree que el recorrido de estas funciones eventualmente entran en uno de los ciclos que se enumeran a continuación

Ciclos para $T_5(x)$:

(i) 1,6,3,1
(ii) -1,-4,-2,-1
(iii) -7,-34,-17,-84,-42,-21,-7.

Ciclos para $T_7(x)$:

(i) 1,8,4,2,1
(ii)-1,-6,-3,-1
(iii) -11,-76,-38,-19,-132,-66,-33,-11
(iv)-509,-3562,-1781,-12466,-6233,-43630,-21815,-4363,-30540,-15270,-7635,-2545,-509

(v)-701,-4906,-2453,-17170,-8585,-1717,-12018,-6009,-2003,-14020,-7010,-3505,-701
(vi)-961,-6726,-3363,-1121,-7846,-3923,-27460,-13730,-6865,-1373,-9610,-4805,-961.

Para el número 503 en $T_5(x)$:

503, 2516,1258,629,3146,1573,7866,3933,1311,437,2186,1093,5466,
2733,911,4556,2278,1139,5696,2848,1424,712,356,178,89,446,223,
1116,558,279,93,31,156,78,39,13,66,33,11,56,28,14,7,36,18,9,3,1.

se alcanza la unidad con 47 iteraciones.

Para el número 2012 en $T_7(x)$:

2012,1006,503,3522,1761,587,4110,2055,685,137,
960,480,240,120,60,30,15,5,1.

se alcanza la unidad con 18 iteraciones.
Ver http://www.ieeta.pt/~tos/
Ver http://www.numbertheory.org/php/tomas.html

Conjetura de Goldbach

En teoría de números, la conjetura de Goldbach es uno de los problemas abiertos más antiguos en matemáticas. A veces se le califica del problema más difícil en la historia de esta ciencia. Su enunciado es el siguiente:

Todo número par mayor que 2 puede escribirse como suma de dos números primos. Cabe notar que se puede emplear dos veces el mismo número primo.

Christian Goldbach (1690-1764), fue un matemático prusiano, nacido en Königsberg, Prusia (hoy Kaliningrado, Rusia), hijo de un pastor. Estudió leyes y matemáticas. Realizó varios viajes a través de Europa y conoció a varios matemáticos famosos, como Leibniz, Leonhard Euler, y Daniel Bernoulli. En el año 1725 se convirtió en un historiador y profesor de matemáticas en San Petersburgo. Tres años más tarde se trasladó a Moscú para trabajar para el Zar Pedro II de Rusia. Viajó por toda Europa tomando contacto con muchos matemáticos, entre ellos Euler, con los que más tarde siguió en contacto.

La descomposición del número 503 en suma de dos primos resulta:

502 = 3+499	502 = 59+443	502 = 149+353
502 = 11+491	502 = 71+431	502 = 191+311
502 = 23+479	502 = 83+419	502 = 233+269
502 = 41+461	502 = 101+401	502 = 239+263
502 = 53+449	502 = 113+389	502 = 251+251

La descomposición del número 2012 en suma de dos primos resulta:

2012 = 13+1999	2012 =229+1783	2012 =631+1381
2012 = 19+1993	2012 = 271+1741	2012 = 691+1321
2012 = 61+1951	2012 = 313+1699	2012 = 709+1303
2012 = 79+1933	2012 = 349+1663	2012 = 733+1279
2012 = 139+1873	2012 = 433+1579	2012 = 811+1201
2012 = 151+1861	2012 = 463+1549	2012 = 859+1153
2012 = 181+1831	2012 = 523+1489	2012 = 883+1129
2012 = 211+1801	2012 = 541+1471	2012 = 919+1093
2012 = 223+1789	2012 = 613+1399	2012 = 991+1021

http://wims.unice.fr/wims/wims.cgi?session=EP1EB6A94C.2&+lang=es&+module=tool%2Fnumber%2Fgoldbach.en

Conjetura de Kohn: El 153 un número bíblico

La conjetura de Kohn, descubierta por el profesor de la Universidad de Israel Phil Kohn, se basa en que, si n es un entero divisible por 3, si se suman repetidamente los cubos de sus cifras, se termina eventualmente en el 153. Si n no es múltiplo de 3, podemos terminar en alguno de los números 133,160,133,370,371,407,...

<u>Para el número 503:</u>

$$5^3+0^3+3^3=152\to 1^3+5^3+2^3=134\to 1^3+3^3+4^3=92$$
$$9^3+2^3=737\to 7^3+3^3+7^3=713\to 7^3+1^3+3^3=\boxed{371}$$

Se alcanza el 371 con 3 iteraciones.

<u>Para el número 2012:</u>

$$2^3+0^3+1^3+2^3=17\to 1^3+7^3=344\to 3^3+4^3+4^3=155$$
$$1^3+5^3+5^3=251\to 2^3+5^3+1^3=134\to 1^3+3^3+4^3=92$$
$$9^3+2^3=737\to 7^3+3^3+7^3=713\to 7^3+1^3+3^3=\boxed{371}$$

En el caso del número 2012, se alcanza el 371 con 9 iteraciones.

Según el Evangelio de San Juan (cap. 21, vers. 11), los peces pescados por Simón Pedro fueron 153. Aparte de que algunos afirman que era la cantidad de clases de peces que se conocían por aquella época, es un número que podemos escribir como:

$1!+2!+3!+4!+5!=2^7+5^2=153$ o bien como $1^3+3^3+5^3=3^2+12^2$

También es el décimo séptimo número triangular

$$\sum_{k=1}^{17} k=1+2+3+4+\cdots+16+17=153$$

Se dice que el número 153 es un agujero negro respecto a la suma de los cubos de sus cifras, ya que se llega pero no se sale. Cuando se suman los cubos de los dígitos de un número de tres dígitos que es múltiplo de tres, y los dígitos del número resultante se elevan al cubo y se suman, y se continúa el proceso, el resultado final es 153. Así es el número más pequeño que puede ser expresado como la suma de los cubos de sus cifras:

$$153=1^3+5^3+3^3$$

La suma de sus dígitos es un cuadrado perfecto:

$$1+5+3=9=3^2$$

La suma de sus divisores (excluyendo el propio número) también es un cuadrado:

$$1+3+9+17+51=81=9^2$$

Hay muchas más propiedades de este número que pueden encontrar en http://ciudadanodelmundo.espacioblog.com/post/2007/02/17/curiosidades-del-numero-153

Conjetura de la partición de los números primos

Sea n un número entero cualquiera:

Si n es par: $n/2$

Si n es impar: $(n+1)/2$

Si $n/2=p$ ó $(n+1)/2=p, p\in \text{Primo},$ entonces p

Si $p\notin \text{Primos},$ entonces $q,$ donde q es el número primo inmediatamente anterior a $p.$

La conjetura se cumple si la suma S de las particiones y la diferencia respecto a $n,\ n-S$ son primos. Si se cumple uno de estos supuestos, la conjetura se cumplirá a medias, caso contrario, la conjetura no se cumplirá.

Para el número 503:

$$(503+1)/2=252\rightarrow 251-1=251$$
$$(251+1)/2=126\rightarrow 126-13=113$$
$$(113+1)/2=57\rightarrow 57-4=53$$
$$(53+1)/2=27\rightarrow 27-4=23$$
$$(23+1)/2=12\rightarrow 12-1=11$$
$$(11+1)/2=6\rightarrow 6-1=5$$
$$(5+1)/2=3\rightarrow 3$$
$$(3+1)/2=2\rightarrow 2$$
$$2/2=1\rightarrow 1$$
$$503-(251+113+53+23+11+5+3+2+1)=503-462=41\in \text{Primos}$$

Como la suma de particiones es $462=2\cdot 3\cdot 7\cdot 11,\ 462\notin \text{Primos}$ y la diferencia respecto a n es $503-462=41\in \text{Primos},$ la conjetura se cumple a medias.

Para el número 2012:

$$2012/2=1006\rightarrow 1006-9=997$$
$$(997+1)/2=499\rightarrow 499$$
$$(499+1)/2=250\rightarrow 250-9=241$$
$$(241+1)/2=121\rightarrow 121-8=113$$
$$(113+1)/2=57\rightarrow 57-4=53$$
$$(53+1)/2=27\rightarrow 27-4=23$$
$$(23+1)/2=12\rightarrow 12-1=11$$
$$(11+1)/2=6\rightarrow 6-1=5$$
$$(5+1)/2=3\rightarrow 3$$
$$(3+1)/2=2\rightarrow 2$$
$$2/2=1\rightarrow 1$$
$$2012-(997+499+241+113+53+23+23+11+5+3+2+1)=2012-1948=64\notin \text{Primos}$$

Como la suma de particiones es $1948=2^2\cdot 487,\ 1948\notin \text{Primos}$ y la diferencia respecto a n es $2012-1948=64=2^6,\ 64\notin \text{Primos},$ la conjetura no se cumple en ninguno de los casos.

Libros recomendados:

ALEM, Jean -Pierre, Nuevos Juegos de Ingenio y Entretenimiento Matemático, ISBN: 84-7432-202-2
ALSINA, Claudi, Vitaminas Matemáticas, ISBN: 978-84-344-5350-0
BOLT, Brian, Actividades Matemáticas, ISBN: 978-84-9867-072-1
DUNN, Adela, Desafíos Matemáticos, ISBN: 978-84-9867-187-2
GARCIA DEL CID, Lamberto, La Sonrisa de Pitágoras, ISBN: 84-8306-675-0
GUZMÁN OZAMIZ, Miguel, Para Pensar Mejor, ISBN: 84-368-0810-X
JOUETTE, André, El Secreto de los Números, ISBN: 84-95601-00-1
LUCAS, Édouard, Recreaciones Matemáticas, 4 tomos editados por NIVOLA en su sección Ciencia Abierta con los números 17,18,20 y 21.
MATAIX LORDA, Mariano, Dúo Matemático, ISBN: 84-267-1005-0
MATAIX LORDA, Mariano, Historias de Matemáticos y algunos problemas, ISBN: 84-2670611-8
MORENO CASTILLO, Ricardo, Alhacén: El Arquímedes árabe, ISBN: 978-84-96566-41-5
MORENO CASTILLO, Ricardo, Fibonacci: El primer matemático medieval, ISBN: 84-95599-82-1
PAENZA, Adrián, Matemáticas, ¿estás ahí?, ISBN: 84-7871-791-9
PICKOVER, Clifford A., El Prodigio de los Números, ISBN: 84-95601-39-7
PLA CARRERA, Josep, Liu Hui, Nueve Capítulos de la Matemática China, ISBN: 978-84-92493-43-2
PONIACHIK, Jaime, Inteligencia Instantánea, ISBN: 978-84-7901-091-1
RODRIGUEZ VIDAL, Rafael, Diversiones Matemáticas, ISBN: 84-291-5134-6
RODRIGUEZ VIDAL, Rafael, Enjambre Matemático, ISBN: 84-291-5410-8
SORET LOS SANTOS, Ignacio, Matemágicas, ISBN: 84-7356-347-6
VARIOS AUTORES, Enigmas y Juegos de Ingenio, ISBN: 978-84-9989-121-7

Enlaces recomendados:

http://redescolar.ilce.edu.mx/educontinua/mate/imagina.htm
http://www.dma.fi.upm.es/docencia/primerciclo/matrecreativa/
http://www.librosmaravillosos.com/matematicarecreativa/index.html
http://www.sectormatematica.cl/recreativa.htm
http://zeth.ciencias.uchile.cl/~delegado/ebooks/mate/PY.pdf