Problemas de optimización

Herramienta Solver
Opciones de Solver
Sistemas de ecuaciones lineales

La herramienta **Solver** nos permite optimizar el valor de una celda, a la que llamaremos **Objetivo,** que depende de las celdas de un rango determinado, el cual puede estar sometido a **restricciones**. Si la dependencia es lineal, es en realidad el problema matemático de Programación Lineal.

Su funcionamiento se puede estudiar con un ejemplo:

Después de vender una casa, a una persona le quedan 170.000 € para invertir. Desea una inversión conservadora, por lo que duda entre varias inversiones

A) Depósito en banca de Internet, que está dando el 4,2% TAE, pero es un producto novedoso que no le termina de convencer

B) Su banco de toda la vida le ofrece plazo fijo con interés de 3,75% TAE, y que ella considera seguros.
C) Un producto vinculado a un fondo, con rendimientos del 6% pero sujeto a volatilidad.

En vista de la situación, decide invertir en B) al menos la mitad del capital, y en C) menos de 15.000 €

¿Qué cesta de inversiones le daría el máximo rendimiento?

Volcamos los datos en la tabla siguiente:

	A	B	C	D	E	F
1						
2						
3						
4			*Capital*	*Rendimiento*	*Interés anual*	
5			68000	4,20%	2856	
6			90000	3,75%	3375	
7			120000	6%	7200	
8			278000	Total	13431	
9						

En la columna C hemos concretado unos capitales inventados, pero cercanos a la posible solución y con suma 170000. Sobre esta tabla podemos concretar los parámetros del problema:

Celda objetivo: E8, que es el rendimiento total.

Celdas que cambian: C5 a C7, la composición de la cesta.

Restricciones: C6 ha de valer, como mínimo, 170000/2 = 85000 €, la celda C7 no debe llegar a 15000 €, y la C8 ha de contener 170000 €

Objetivo que se pretende: Maximizar

Todo esto se puede concretar en la herramienta **Solver**.

Abre la cinta de **Datos** y busca la entrada a Solver en el extremo derecho:

Obtendrás esta ventana para concretar tus opciones. Estudia bien la forma de hacerlo:

Hemos rellenado estos datos:

Celda objetivo: E8 (ganancia total)

Valor de la celda objetivo: Máximo

Restricciones: Las ya comentadas: C6>=85000; C7<=15000; C8=170000

Pulsamos **Resolver**, y en este caso existe la solución, 7027,50 €. Elegimos **Utilizar la solución de Solver** y y podemos ver que la solución es:

	A	B	C	D	E	F
1						
2						
3						
4			*Capital*	*Rendimiento*	*Interés anual*	
5			70000	4,20%	2940	
6			85000	3,75%	3187,5	
7			15000	6%	900	
8			170000	Total	7027,5	
9						
10						
11						

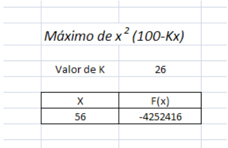
Invertir 70000 € en A, 85000 € en B y 15000 € en C, con una ganancia de 7027 €

Puedes también lograr que la inversión rinda una cantidad determinada, por ejemplo 6800 €. Para ello elige **Valor de** e iguálalo a **6800**. Obtendrás esta solución:

	A	B	C	D	E
1					
2					
3					
4			*Capital*	*Rendimiento*	*Interés anual*
5			74.503,48 €	0,04 €	3.129,15 €
6			91.508,33 €	0,04 €	3.431,56 €
7			3.988,19 €	0,06 €	239,29 €
8			170.000,00 €	Total	6.800,00 €
9					

En muchas ocasiones es imposible encontrar la solución, porque el proceso de acercamiento al objetivo no converge.

La herramienta Solver de Excel también resuelve casos no lineales, e incluso con el uso de logaritmos, exponenciales o funciones trigonométricas. En el siguiente ejemplo buscaremos el máximo de una fórmula polinómica. Supongamos que deseamos estudiar la función $x^2(100\text{-}Kx)$ en el intervalo de 0 a 100, en el que sospechamos que existe un máximo. Deseamos localizarlo según los valores de la constante K.



Escribimos el valor de x en la celda D9 y la fórmula en la celda E9 y añadimos las restricciones x>=0 y x<=100. Como Valor elegimos Máximo, con lo que se nos devuelve el valor de x en el que se llega al máximo según el valor de K. En la imagen hemos fijado K=26, obteniendo el valor máximo x=2,56 y=216,15

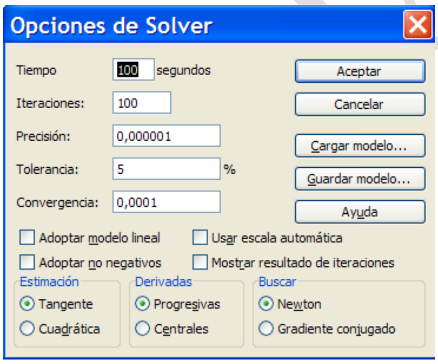
Intenta, por ejemplo, averiguar el valor mínimo que toma la expresión y=sen(x)+cos(2x)en el intervalo (π/2, π). La solución es x=3,016, y=2,0625

Opciones de Solver

A veces Solver no puede encontrar la solución. Este se puede deber a tres causas:

- El problema es de tipo indefinido. Existen muchas soluciones.
- Las soluciones tienden a infinito (especialmente en problemas de máximos) y se produce un desbordamiento.
- No hay convergencia. Las soluciones no se acercan lo suficiente al objetivo

Esta última posibilidad se puede a veces corregir con el botón de Opciones. Observa la ventana:



El **tiempo** y el **número** de iteraciones no suele ser necesario modificarlos, sin suficientes, aunque puedes llegar a 32367. La **precisión** se refiere a las restricciones y el valor que te aparece es el más adecuado. La **tolerancia** afina más o menos la exactitud de la consecución del objetivo. Puedes aumentarla si ves que el proceso no converge.

La **convergencia** fija con qué diferencia se detendrá el proceso de iteraciones que se acercan al objetivo. No es útil modificarla en el modelo lineal, pero en el no lineal puede lograr que converja el proceso, pero de forma menos exacta.

Adoptar modelo lineal acelera los cálculos de Programación Lineal. En casos sencillos no es necesario. El **adoptar no negativos** te hace referir todas las restricciones al cero.

Usar escala automática permite simplificar las cantidades si las magnitudes son muy grandes. En uso docente o doméstico no es necesario acudir a esta opción.

Las opciones de la parte inferior son algo técnicas, propias del Análisis Numérico. Lo mejor es jugar con ellas si el proceso no converge, por si acertamos con la mejor.

Sistemas de ecuaciones lineales

Con un poco de habilidad, la herramienta Solver puede resolver sistemas de ecuaciones lineales.

Imagina que deseas resolver este sistema

2X+Y+Z+W=10
4X+7Y+2U+2W=30
2X+Y-3Z-2U+W=-2
2X-Y+Z+U+2W=10
4X+Z+U+W=14

Bastará reflejar cuatro de las ecuaciones como restricciones, y la última como la celda a optimizar. Tanto en unas como en otra, deberemos usar el signo =

Puedes organizar el sistema de forma matricial, como en la imagen.

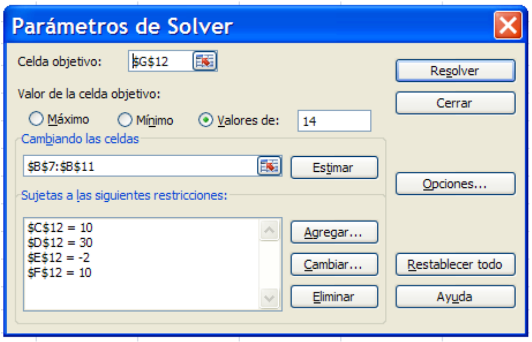
	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2									
3		Sistema de ecuaciones							
4									
5									
6			Coeficientes						
7	X	1	2	4	2	2	4		
8	Y	3	1	7	1	-1	0		
9	Z	6	1	0	-3	1	1		
10	U	5	0	2	-2	1	1		
11	W	2	1	2	1	2	1		
12		Ecuaciones	13	39	-21	14	17		
13									
14	Los valores contenidos en la columna B te los puedes inventar								
15	Los coeficientes son los del sistema que deseas resolver								
16	No rellenes de valores la fila 12								
17									

En la zona azul de variables X, Y,…escribes valores elegidos aleatoriamente (columna B) y en la zona amarilla los coeficientes. La fila de abajo (celdas C12 a G12, o más si el sistema tiene un número mayor de ecuaciones) puede contener los segundos miembros de las ecuaciones, que se habrán obtenido multiplicando cada coeficiente por su variable y después sumando todo. Esta operación la puedes efectuar con la función SUMAPRODUCTO.

Ahora el truco está en tratar las primeras ecuaciones como restricciones. Observa las celdas C12 a F12 y los valores asignados: 10, 30, -2 y 10, que son los segundos miembros de esas ecuaciones.

La quinta ecuación se ha tratado como celda a optimizar con una asignación de valor de 14, que es el último término independiente.

El rango a cambiar es el que contiene los valores de las incógnitas. En la imagen puedes comprobar todos los datos que habría que concretar.



Pulsa en **Resolver** y obtendrás

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3		Sistema de ecuaciones					
4							
5							
6			Coeficientes				
7	X	2,000	2	4	2	2	4
8	Y	2,000	1	7	1	-1	0
9	Z	2,000	1	0	-3	1	1
10	U	2,000	0	2	-2	1	1
11	W	2,000	1	2	1	2	1
12		Ecuaciones	10	30	-2	10	14

que es la solución del sistema: X=Y=Z=U=W=2